

BERICHTE
aus dem
INSTITUT FÜR MEERESKUNDE
an der
CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT · KIEL

Nr. 167

1 9 8 7

DIE MODELLIERUNG
MESOSKALIGER QUASIGEOSTROPHISCHER INSTABILITÄT

von

Aike Beckmann

DOI 10.3289/IFM_BER_167

Kopien dieser Arbeit können bezogen werden von:
Institut für Meereskunde an der Universität Kiel
Abt. Theoretische Ozeanographie
Düsternbrooker Weg 20
2300 Kiel 1 - FRG -

ISSN 0341 - 8561 -

Diese Arbeit wurde von der Mathematisch-
Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Universität Kiel als Dissertation angenommen.

ZUSAMMENFASSUNG

Zur Simulation mesoskaliger Instabilitätsprozesse an ostwärtigen Strömungen im offenen Ozean wird ein lokales quasigeostrophisches Modell entwickelt. Neben einer hochauflösenden horizontalen Spektraldarstellung wird besonderes Gewicht auf die vertikale Diskretisierung gelegt, um den Einfluß der Vertikalstruktur auf das Verhalten von Jets in Frontalzonen, auf die Mäanderbildung und Wirbelablösung sowie die Wellenausbreitung in Regionen mit Stromscherungen zu untersuchen.

Dabei ergibt sich bei Kombination typischer nordostatlantischer Dichteschichtungen und Strömungsprofilen aus der linearisierten Theorie die Möglichkeit der Existenz instabiler vertikaler Schermoden für einen weiten Bereich mesoskaliger Wellen. Die minimale Anwachszeitskala von etwa 8 – 10 Tagen tritt bei 50 – 80 km auf. Anhand ihrer Vertikalstruktur lassen sich instabile Schermoden in zwei Klassen einteilen: oberflächenintensivierte und tiefsee-intensivierte Moden. Die Meridionalstruktur der dominant instabilen Jetmode stimmt mit dem Grundströmungsprofil nahezu überein und zeugt damit von der geringen Bedeutung barotroper Instabilität.

Im nichtlinearen Regime führen barokline Instabilitätsprozesse eines Zonaljets zur Mäanderbildung mit zonalen Wellenlängen von typischerweise 160 – 200 km und meridionalen Amplituden von etwa 200 km. Diese Skalen stimmen gut mit Beobachtungen im Kanaren-Becken überein.

Das Strömungsprofil erweist sich für die Instabilitätsvorgänge als der bestimmende Faktor: relativ flache ostwärtige Strömungen entwickeln ausgeprägte Mäander. Für geeignete Strömungsprofile (mit einer Richtungsumkehr in mittleren Tiefen) tritt eine vorübergehende Abschnürung von Wirbeln auf. Typische Wirbeldurchmesser liegen bei 100 – 120 km mit Rotationsgeschwindigkeiten von bis zu 40 cm/s.

Die Instabilität einer Frontalzone bleibt innerhalb mehrerer Monate beschränkt auf einen etwa 500 km breiten Streifen um die mittlere Jetachse. Lediglich die Energie barotroper Rossby-Wellen kann das Erzeugungsgebiet nordwest- und südwestwärts verlassen. Die Vertiefung des Stromprofils aufgrund des nichtlinearen Transfers führt zu einer Stabilisierung der Frontalzone. Die Auswirkungen interner Frontaljet-Dynamik werden anhand modellierter Traceradvektion und Driftkörpertrajektorien dargestellt.

SUMMARY

In order to study mesoscale instability processes originating from eastward flowing jets in the open ocean a local quasigeostrophic model is developed. Using a highly resolving spectral approach in the horizontal direction, special attention is drawn on the vertical discretization. The influence of the vertical structure on frontal jet meandering, eddy detachment and Rossby wave motion in shear regions are examined.

The combination of typical density and current profiles from the North East Atlantic gives rise to the existence of unstable vertical shear modes for a wide range of mesoscale waves. The maximum growth rate (corresponding to 8-10 days time scale) occurs at 50-80 km zonal wavelength. Unstable shear modes can be divided into two classes depending on the vertical structure: surface-intensified shear modes and deep-sea-intensified shear modes. The meridional structure of the most unstable jet mode is close to the form of the mean current profile.

In the nonlinear regime baroclinic instability processes of frontal jets produce meanders with typically 160 - 200 km zonal wavelength associated with meridional amplitudes of order 200 km. These scales correspond well to observations in the Canary Basin.

The detailed form of mean current profile plays the most important role in baroclinic instability: surface fixed eastward flowing jets show intense meandering. A westward counter current in mid depths leads to a detachment of eddies with 100 - 120 km diameter and maximum velocities up to 40 cm/s.

Frontal zone instabilities are limited to a region close (± 250 km) to the initial jet for months. The vertical transfer of energy generates more barotropic profiles and stabilizes the frontal zone. Merely barotropic Rossby waves are radiated to the north- and southwest. Tracer advection and particle trajectory experiments show the effects of internal frontal jet dynamics.

INHALT

1.	EINFÜHRUNG	
1.1	Elemente mesoskaliger Dynamik und ihre Bedeutung für die großräumige Zirkulation	1
1.2	Die Rolle quasigeostrophischer Modelle in der Modellierung ozeanischer Dynamik	5
1.3	Die hochauflösende Simulation der Vertikalstruktur barokliner Dynamik	7
2.	DAS LOKALE QUASIGEOSTROPHISCHE MODELL	
2.1	Das hydrodynamische Gleichungssystem	9
2.2	Die quasigeostrophische Approximation für mesoskalige Felder	11
2.3	Erhaltungsgrößen im quasigeostrophischen System	20
2.4	Quasigeostrophische Prozesse	26
3.	DIE NUMERISCHE REALISIERUNG	
3.1	Die vertikale Diskretisierung	29
3.2	Die Horizontalabhängigkeit in Spektraldarstellung	38
3.3	Die zeitliche Integration	43
3.4	Die Parametrisierung subskaliger Prozesse	44
3.5	Das Multi-Level-Modell	46
3.6	Die numerische Behandlung zusätzlicher Prozesse	51
4.	QUASIGEOSTROPHISCHE INSTABILITÄTSPROZESSE	
4.1	Das linearisierte System	55
4.2	Voraussetzungen für Instabilität	61
4.3	Die Vertikalstruktur barokliner Instabilität	68
4.4	Nichtlineare Transferprozesse	81
4.5	Frontaljet-Instabilität	86

5.	SIMULATION DER AZORENFRONT-INSTABILITÄT	
5.1	Zur Hydrographie des Kanaren-Beckens	100
5.2	Die Entwicklung einer isolierten Störung	106
5.3	Die Entwicklung eines Mäanderzuges	127
5.4	Die Instabilität eines großskaligen Mäanders	135
6.	SCHLUSSBETRACHTUNG	
6.1	Ergebnisse der Modellrechnungen	142
6.2	Ausblick	144
	ANHANG	145
	LITERATURVERZEICHNIS	151

1. EINFÜHRUNG

1.1 Elemente mesoskaliger Dynamik und ihre Bedeutung für die großräumige Zirkulation

Quasisynoptische Infrarotsatellitenaufnahmen der horizontalen Verteilung der Meeresoberflächentemperatur liefern einen ersten unmittelbaren Eindruck starker regionaler Gegensätze im Ozean und einer vorherrschenden räumlichen Veränderlichkeit auf Skalen von einigen hundert Kilometern (z.B. VIEHOFF, 1987).

Durch die eingehende Analyse des ozeanischen Dichtefeldes (für Nordatlantik und Nordpazifik z.B. bei EMERY, 1983) und der damit verbundenen Strömungen und ihrer Variabilität (KRAUSS & KÄSE, 1984) wird deutlich, daß neben der großskaligen und zeitlich relativ wenig veränderlichen beckenweiten Zirkulation ein relativ breites Spektrum an regionalen und lokalen Prozessen die dominierende Rolle spielt; dazu gehören Rossby-Wellen, Wirbel und isolierte Strukturen, sowie sich verlagernde und mäandrierende Strombänder, die einen erheblichen Anteil an der gesamten ozeanischen Energie besitzen und zu nennenswerten Modifikationen der mittleren Zirkulation sowie zum Auftreten von zusätzlichen Phänomenen führen. Diese Strukturen werden der 'Mesoskala' zugeordnet, wobei die Definition dieses Begriffs nicht einheitlich festgelegt ist; in der vorliegenden Arbeit soll er sich auf Horizontalskalen von 50 - 500 km beziehen und damit Vorgänge umfassen, die im meteorologischen Sprachgebrauch als 'synoptische Prozesse' bezeichnet werden. Trotz einer teilweise ausgeprägten Vertikalstruktur können diese mesoskaligen Strukturen die gesamte Wassersäule erfassen.

Die 'mittlere' Zirkulation wird geprägt von der großräumigen Verteilung der Windschubspannung, die, den Küstenkonturen angepaßt und durch die Bodentopographie modifiziert, in weiten Ozeanbereichen ein Sverdrup-Regime aufbaut und lediglich im Westteil der Ozeane zu einem intensiven Randstrom führt. Durch die Instationarität der Anregungsfunktion sowie die Nichtlinearitäten in der Dynamik des Ozeans (insbesondere durch Dichte- und Vorticityadvektion) kommt es allerdings zu kurzperiodischen und vorübergehenden Erscheinungen ('transients'), denen eine andere Dynamik zugrunde liegt als der großräumigen Zirkulation (die allein durch Geostrophie hinreichend gut beschrieben wird) und die zum Entstehen von dauerhaften Erscheinungen führen oder beitragen.

Vertikal kann die Wassersäule in drei Schichten eingeteilt werden. In den oberen Schichten des Ozeans spielt die atmosphärische Anregung die bedeutende Rolle. Die Dynamik der durchmischten Deckschicht wird vom Tages- und Jahresgang der Konvektion sowie der Anregung durch den Wind bestimmt. Dabei ist insbesondere das Maximum der winterlichen Konvektion für das Innere des Ozeans entscheidend (WOODS, 1985).

In mittleren Tiefen führt die 'gyre'-Zirkulation, angeregt durch das Ekman-'pumping' an der Untergrenze der durchmischten Deckschicht, zu einer internen Zirkulation, deren grundlegende Eigenschaften in der Theorie der Hauptsprungschicht ('thermocline theory') beschrieben werden. Dynamisch relevant sind dabei die Erhaltungseigenschaften der potentiellen Vorticity. Durch die als Austauschreibung parametrisierte mesoskalige Wirbelaktivität erfolgt eine Homogenisierung dieser Größe im Inneren des Ozeans (RHINES & YOUNG, 1982; HOLLAND et al., 1984).

In der Tiefsee besitzt die thermohaline Zirkulation auf wesentlich längeren Zeitskalen entscheidenden Einfluß auf die Bewegungs- und Ausbreitungsvorgänge (WARREN, 1981). Die Rolle tiefreichender Wirbel in und außerhalb von Bildungsgebieten von Tiefenwasser ist nicht endgültig geklärt.

Auch horizontal kann man grob vereinfachend von einer Dreiteilung des Ozeans ausgehen: äquatoriale Regionen und polare Gebiete unterscheiden sich von den mittleren Breiten durch eine Reihe von Besonderheiten, die sich aus den geographischen Singularitäten (verschwindender Coriolisparameter am Äquator, kritische Breiten für planetarische Wellen in hohen Breiten) ergeben. Die mittleren Breiten zwischen 10° und 50° jedoch nehmen einen wesentlichen Teil der ozeanischen Fläche ein. Die Dynamik dieser Regionen besitzt einen bedeutenden Einfluß auf das globale Klimasystem besitzt und verdient aus diesem Grunde eine eingehende Betrachtung.

Als Quelle mesoskaliger Energie kommt einerseits die Variation der atmosphärischen Windschubspannungsrotation (FRANKIGNOUL & MÜLLER, 1979) im Zusammenwirken mit den Berandungen (KRAUSS & WÜBBER, 1982) in Frage. Als in ihrer Bedeutung dieser externen Anregung zumindest gleichrangig sind andererseits interne Erzeugungsmechanismen (Instabilität der Grundströmung) anzusehen. Entgegen der weitverbreiteten Ansicht (z.B. CHARNEY & FLIERL, 1981), daß barokline Instabilität lediglich in Strahlströmungen wie den westlichen Randströmen zur Entstehung von mesoskaliger Variabilität führt, deuten Abschätzungen von GILL et al. (1974) darauf hin, daß dies auch in offenen Ozeanregionen der Fall sein könnte.

Zu den auffälligsten Strukturen mit mesoskaligem Charakter gehören daher die ozeanischen Frontalsysteme (Subpolarfront, Subtropische Front) mit ihren stark ausgeprägten Instabilitäten, Wellen- und Wirbelsystemen. Die interne Dynamik einer Frontalzone wird dabei von den horizontalen Dichtegradienten bestimmt, die aus Isopyknenneigungen von 0.1° bis 0.4° (Golfstrom) resultieren.

Aufgrund der (sowohl zeitlich als auch räumlich) einen weiten Spektralbereich überdeckenden Skalen ozeanischer Prozesse erfordert das Studium ozeanischer Dynamik ein regelmäßiges Netz von Beobachtungen des Hintergrundfeldes über längere Zeiträume hinweg sowie zur Erfassung der Mesoskala einzelne räumlich hochauflösende Vermessungen.

Insbesondere durch die enge Verknüpfung von derartigen hochauflösenden regionalen und lokalen Box-Vermessungen (MODE-GROUP, 1978) und der numerischen Modellierung von Prozessen und aktuellen Situationen (ROBINSON & HAIDVOGEL, 1980; MILLER et al., 1983) ist es in zunehmendem Maße möglich geworden, auch die Wirbelskala im Ozean näher zu untersuchen. Die MODE- ('Mid-Ocean Dynamics Experiment'), POLYMODE- und LDE- ('Local Dynamics Experiment')-Studien im Westatlantik spielen dabei eine zentrale Rolle.

Darüber hinaus ermöglicht die Beobachtung der Meeresoberfläche mittels Satellitenfernerkundung eine großräumige Erfassung von Strukturen, die zumindest für ausgewählte Fälle das interne, oberflächennahe Strömungs- und Dichtefeld repräsentieren (HARDTKE & MEINCKE, 1984). Die Nutzung dieser Möglichkeiten und die zunehmende Beachtung der Bedeutung von Wirbeln für alle meeresforschenden Disziplinen ist zusammenfassend in einem umfangreichen Werk über Wirbel im Ozean mit einer großen Anzahl von Artikeln zur mesoskaligen Variabilität im Ozean dokumentiert (ROBINSON (Hrsg.), 1983).

Im Rahmen des Warmwassersphärenprojekts am IfM Kiel sind in den letzten Jahren intensive Meß- und Beobachtungsprogramme im Nordatlantik durchgeführt worden. Durch eine Analyse der Trajektorien satellitengeorteter Driftbojen erhält man einen Überblick über die Verteilung der oberflächennahen Wirbelenergie (KRAUSS & KÄSE, 1984); das Entstehungsgebiet des Nordatlantischen Stromes vor Neufundland und seine Fortsetzung als Subpolarfront wird von KRAUSS (1986) eingehend beschrieben. Die Ergebnisse einzelner Feldexperimente im Nordostatlantik finden sich in den Arbeiten von KÄSE et al. (1985) sowie SIEDLER et al. (1985). Weitere

Übersichtsdarstellungen der Hydrographie des Nordostatlantiks finden sich bei POLLARD & PU (1985) und GOULD (1985).

Speziellere Arbeiten haben ergeben, daß die direkte Erzeugung von Rossby-Wellen durch die Windschubspannungsrotation nur einen geringen Teil der beobachteten Variabilität im Ostteil des Nordatlantiks erklären kann (LIPPERT, 1986); daß bei der beobachteten Wirbelaktivität sowohl die Nichtlinearität als auch die Baroklinität eine entscheidende Rolle spielt; daß Instabilitäten (insbesondere der barokline Mechanismus, bei dem potentielle Energie in kinetische umgesetzt wird) einen wesentlichen Anteil an meridionalen Ausgleichsprozessen haben, die durch stark vereinfachende Austauschkonzepte nur unzureichend zu parametrisieren sind; und schließlich, daß auch die Veränderlichkeit zwischen den Jahren signifikante Modifikationen des Zirkulationssystems bewirkt.

In zunehmendem Maße wird in letzter Zeit die Bedeutung der Vertikalstruktur als Ursache und Folge ozeanischer Bewegungsvorgänge beachtet; dies ist einerseits auf die Möglichkeit verbesserter (kontinuierlicher) Messungen der vertikalen Abhängigkeit, andererseits auf die Verfügbarkeit vergrößerter Rechnerkapazitäten zurückzuführen. In dieser Arbeit soll der Beitrag interner Prozesse zur mesoskaligen Variabilität näher untersucht werden.

1.2 Die Rolle quasigeostrophischer Modelle in der Modellierung ozeanischer Dynamik

Unter den umfassenden, nicht auf einen isolierten Prozeß beschränkten numerischen Modellen sind je nach Fragestellung unterschiedliche Konzepte sinnvoll; Grundlage numerischer Modellierung bildet dabei das sogenannte 'primitive equations'-Modell (PE-Modell), das auf dem um die externen Schwerewellen reduzierten, hydrostatischen Grundgleichungssystem basiert.

Daneben gilt die bekannteste und meistverbreitete Variante in Meteorologie und Ozeanographie, das sogenannte 'quasigeostrophische' (QG-) Modell, als wertvolles Hilfsmittel für die Betrachtung grundlegender dynamischer Prozesse. Dabei handelt es sich um ein Gleichungssystem, das durch einige weiterführende Näherungen wesentlich handlicher und kompakter ist als ein PE-System. Diese Tatsache resultiert in erster Linie aus der Elimination der internen Schwerewellen, die zwar einen wichtigen Teil möglicher Bewegungen im geschichteten Ozean darstellen, im Studium der groß- und mesoskaligen Dynamik von Fronten und Rossby-Wellen jedoch nur untergeordnete Bedeutung besitzen.

Darüber hinaus beinhaltet das quasigeostrophische Konzept weitere Approximationen, die aus einer Abschätzung der Größenordnung der einzelnen Prozesse für vorgegebene Skalen oder alternativ aus einer mehr formalen Störungsrechnung resultieren.

In der numerischen Modellierung werden etwa seit Mitte der siebziger Jahre ozeanweite wirbelauflösende Modelle betrieben: grundlegende Arbeiten stammen von HOLLAND & LIN (1975) sowie HOLLAND (1978), die sich mit der Rolle mesoskaliger Wirbel in zweigeschichteten Ozeanen befassen. Die Berücksichtigung der Wirbelskala führt im Zusammenhang mit den nichtlinearen Termen zu quasistationären Zirkulationsmustern (SEMTNER & MINTZ, 1977).

Zu den wesentlichen Merkmalen wirbelauflösender Modelle gehört die Einbeziehung von Instabilitäts- und Rektifikationsprozessen. Die Instabilität barokliner Strömungen in derartigen Zirkulationsmodellen wird von HAIDVOGEL & HOLLAND (1978) genauer untersucht. Spätere Arbeiten von HOLLAND & RHINES (1980) sowie HAIDVOGEL & RHINES (1983) betreffen die wirbelinduzierte Zirkulation im Inneren des Ozeans und in der Tiefsee.

Seitdem werden in zunehmendem Maße auch quasigeostrophische Modelle in ozeanweiten Zirkulationsstudien benutzt. Ein Modellvergleich zwischen

einem quasigeostrophischen und einem auf den Grundgleichungen basierenden Modell findet sich bei SEMTNER & HOLLAND (1978). Die Ergebnisse zeigen eine weitgehende Übereinstimmung im Hinblick auf die mittlere Zirkulation und die Verteilung der Wirbelenergie.

Die stark verbesserte Ökonomie und Handhabbarkeit (allein aufgrund der erwähnten Filterung der internen Schwerewellen können etwa zehnfach größere numerische Zeitschritte gewählt werden) sowie die formale Übersichtlichkeit des quasigeostrophischen Modells führten zu seiner weiten Verbreitung.

Prozeßorientierte Prinzipstudien zur ozeanischen Dynamik in einem idealisierten rechteckigen Ozean stellen dabei die bevorzugte Anwendung quasigeostrophischer Modelle dar; ozeanweite Berechnungen, unter Berücksichtigung eines realistischen Windfeldes oder realistischer Küstenkonturen sowie Bodentopographie, nähern sich den Grenzen des quasigeostrophischen Konzeptes, das vielfach mit der sogenannten β -Ebene gekoppelt wird, so daß sich eine Beschränkung des betrachteten Gebietes auf etwa $1000 \cdot 1000$ km ergibt.

In jüngster Zeit wird in zunehmendem Maße versucht, zusätzliche Effekte in diese Modellkonzeption mit aufzunehmen, um über diese 'klassischen' Anwendungsgebiete der QG-Modelle hinaus auch andere Prozesse zu simulieren. Versuche, Rossby-Radien und Schichtungsparameter gleichermaßen orts- und zeitabhängig zu gestalten, liegen vor (PEDLOSKY, 1984). Dabei wird von der Möglichkeit einer Skalentrennung ausgegangen und im Sinne einer WKB-Approximation die Variation der großräumigen Parameter zugelassen. MALVESTUTO et al. (1984) betrachten sogar ein internes thermisches Forcing in Form einer Dichtequelle/-senke in einem quasigeostrophischen Modell.

In diesem Zusammenhang bleibt der Vergleich unterschiedlicher Modellkonzeptionen eine wichtige Aufgabe. Diese liegen bisher lediglich für regionale (SEMTNER & HOLLAND, 1978) und beckenweite Modellrechnungen (HARRISON, 1982; HARRISON & SEMTNER, 1986) vor. Neueste Untersuchungen der Formation von Mäandern an der Azoren-Front mit einem PE-Modell (KIELMANN & KÄSE, 1987) ermöglichen nun auch die Gegenüberstellung der Ergebnisse lokaler Studien.

1.3 Die hochauflösende Simulation der Vertikalstruktur barokliner Dynamik

Die Möglichkeiten der numerischen Modellierung sind durch den Zugang zu Vektorrechnern in den vergangenen Jahren zügig verbessert worden. Da jedoch auch bei weiter fortschreitender Kapazität der Großrechenanlagen unaufgelöste Prozesse in den Modellen verbleiben werden, erscheint die Entwicklung eines lokalen Modells zur Simulation mesoskaliger Prozesse gerechtfertigt. Dabei muß neben einer wirbel- und frontenauflösenden Horizontaldiskretisierung auch eine die vertikale Struktur angemessen repräsentierende Modellierung angestrebt werden.

In dieser Arbeit werden die Konzeption und die numerische Realisierung eines lokalen quasigeostrophischen Modells beschrieben sowie seine Möglichkeiten und Grenzen aufgezeigt. Aus der Vielfalt mesoskaliger Dynamik wird die Instabilität im offenen Ozean (insbesondere im Hinblick auf den Zusammenhang zwischen Vertikalprofil und horizontaler Struktur) simuliert.

Dabei wird insbesondere Wert gelegt auf die 'Kompaktheit' und 'Effizienz' des Modells, d.h. es soll konzeptionell geschlossen, vielfältig anwendbar und leicht zu bedienen sein. Das bedeutet auch, daß zweifelhafte Konzepte und überstrapazierte Approximationen von vornherein ausgeschlossen werden (Kapitel 2).

Eine sorgfältig formulierte und eingehend dargestellte Numerik ist dabei als notwendige Grundlage jeder numerischen Simulation zu betrachten, die letztlich zum Ziel hat, physikalische Prozesse möglichst wirklichkeitsgetreu nachzubilden (Kapitel 3).

Dieses soll nicht in Form einer reinen Parameterstudie geschehen; durch Beibehaltung dimensionsbehafteter Variablen kann eine enge Ankopplung an die physikalischen Verhältnisse im Ozean erhalten bleiben. Dabei dient das Studium des linearisierten Systems als Grundlage für die Interpretation der nichtlinearen Rechnungen (Kapitel 4).

Als Beispiel für die detaillierte und beobachtungsbezogene Untersuchung einer speziellen Region dient die Azorenfront im Kanaren-Becken (Kapitel 5).

Die hier vorgestellten Beispiele prozeßorientierter Simulationen sollen darüber hinaus zur Absteckung des Rahmens dienen, in dem der Betrieb eines lokalen quasigeostrophischen Modells sinnvoll erscheint.

Aufgrund der Tatsache, daß auch für einzelne kleinräumige Regionen des offenen Ozeans keine ständigen oder regelmäßig wiederholten hydrographischen Messungen vorliegen, muß sich die Beschäftigung mit zeitabhängigen Phänomenen auch weiterhin darauf beschränken, bestehende Konzepte durch Hinzunahme weiterer Freiheitsgrade zu erweitern und zu vervollständigen; eine Prognose mit nachfolgender Verifizierung ist zumeist nicht möglich.

2. DAS LOKALE QUASIGEOSTROPHISCHE MODELL

2.1 Das hydrodynamische Gleichungssystem

Im Inneren eines hydrostatischen Ozeans gelten für adiabatische Bewegungen unter Berücksichtigung der Boussinesq-Approximation folgende Gleichungen für Impuls- und Dichte-Erhaltung:

$$(2.1a) \quad u_t + uu_x + vu_y + wu_z - fv = -p_x + R^x$$

$$(2.1b) \quad v_t + uv_x + vv_y + wv_z + fu = -p_y + R^y$$

$$(2.1c) \quad 0 = -p_z - g\rho$$

$$(2.2) \quad \rho_t + u\rho_x + v\rho_y + w\rho_z = 0$$

$$(2.3) \quad u_x + v_y + w_z = 0$$

wobei die Variablen p und ρ jeweils mit der konstanten mittleren Boussinesq-Dichte ρ^* normiert worden sind. Die damit in die Gleichungen (2.1) - (2.3) eingegangene Boussinesq-Approximation erreicht die Grenze ihrer Gültigkeit bei Skalen, die größer als der externe Rossby-Radius sind, d.h. bei mehreren 1000 km Horizontalskala (REZNIK, 1976), ist also für ein lokales Modell unproblematisch.

Diese Gleichungen gelten in einem rechtshändigen Koordinatensystem mit x positiv nach Osten, y positiv nach Norden und z positiv nach oben.

Die Beschränkung auf ein hydrostatisches System ist mit der Vernachlässigung von vertikalen Beschleunigungstermen und expliziter vertikaler Reibung verbunden. Für die Massenerhaltung wird Inkompressibilität angenommen. Damit unterscheidet sich diese Form des hydrodynamischen Gleichungssystems nicht von der einem 'primitive-equations'-Modell zugrundeliegenden. Wichtig ist, daß eine explizite Zeitabhängigkeit der Vertikalgeschwindigkeit ausgeschlossen wird; daneben filtert die hydrostatische Annahme vertikal laufende Schwerewellen heraus.

Die Randbedingungen für das obige System erfordern eine sorgfältige Formulierung: für ein geschlossenes Becken muß an horizontalen Rändern verschwindender Massenfluß normal zur Berandung gefordert werden und darüber hinaus muß die Strömungskomponente entlang des Randes durch eine 'free-slip'- oder 'no-slip'-Bedingung spezifiziert werden; für ein Modell mit offenen Rändern kann an Einstrompunkten Strömung, Dichte und Druck spezifiziert werden, an Ausstrompunkten sind Ausstrahlungsbedingungen für ein offenes Modell die adäquate Form. Zu den vertikalen Rand-

bedingungen gehört vor allem die 'rigid-lid'-Approximation, die zu einer Elimination der externen Schwerewellen führt, sowie die kinematische Grenzflächenbedingung am Meeresboden. Die reibungsdominierten Grenzschichten unterhalb der Meeresoberfläche und am Meeresboden selbst werden vom Gleichungssystem (2.1) - (2.3) nur unzureichend beschrieben und daher konzeptionell ausgeklammert.

Die Formulierung und Festlegung der Randbedingungen wird in Kapitel 3 bei der Behandlung der numerischen Realisierung vorgenommen.

Von diesem Gleichungssystem (2.1) - (2.3) ausgehend, läßt sich für die interne Dynamik eines auf etwa 1000•1000 km begrenzten lokalen Modells folgende konzeptionelle Dreiteilung der Dichte annehmen:

- es existiert ein zeitlich nahezu unveränderliches, für das Gebiet einheitliches mittleres vertikales Dichteprofil;
- ein großräumiger meridionaler Dichtegradient ist vorhanden und wird aufrechterhalten durch großskalige, auch außerhalb des Gebietes wirkende Prozesse wie Wind- und thermohaline Anregung. Dieser Dichtegradient ist zeitlich nahezu unveränderlich und verbunden mit einer mittleren Strömung, die horizontal konstant und nur in der Vertikalen geschert ist;
- diesen beiden Feldern superponiert existiert ein mesoskaliges Dichtefeld dessen Amplitude horizontal keinen Beschränkungen unterliegt und nur in seinem vertikalen Gradienten gegenüber dem mittleren Dichteprofil (im Sinne einer Störungsrechnung) beschränkt sein muß.

Durch die nichtlineare Kopplung der Skalen treten Wechselwirkungen auf: einerseits bewirken die mittleren Felder eine Advektion der mesoskaligen Felder; zusätzlich muß ein rektifiziertes Strömungsfeld berücksichtigt werden, das aus der integralen nichtlinearen Rückwirkung der Störungsfelder auf die mittlere Strömung resultiert. Diese Strömung verändert den vorhandenen großräumigen Dichtegradienten gemäß der lokalen Dynamik.

2.2 Die quasigeostrophische Approximation für mesoskalige Felder

Vor Einführung der quasigeostrophischen Approximation ist es angebracht, das Grundgleichungssystem (2.1) - (2.3) in eine alternative Form umzuformen.

Die Rotations- und Divergenzbildung der horizontalen Komponenten der Bewegungsgleichung bei gleichzeitiger Einführung von Stromfunktion und Geschwindigkeitspotential der Form

$$(2.4a) \quad u = -\psi_y + \phi_x \quad \text{und}$$

$$(2.4b) \quad v = \psi_x + \phi_y$$

führt unter Berücksichtigung der Dichtegleichung und der Kontinuitätsgleichung zu folgendem (in seinem physikalischen Gehalt unveränderten) System für ψ , ϕ , p und w , bestehend aus der Vorticity-Gleichung (2.5), der Divergenzgleichung (2.6), der 'thermodynamischen' Gleichung (2.7), (nach Elimination der Dichte mit Hilfe der aus der Hydrostatik (2.1c) gewonnenen Beziehung zwischen Dichte und Druck) sowie der Kontinuitätsgleichung (2.8):

$$(2.5) \quad \nabla^2 \psi_t + f_y \psi_x + f_y \phi_y + J(\psi, \nabla^2 \psi) + \nabla \phi \cdot \nabla (\nabla^2 \psi) + f \nabla^2 \phi + \nabla^2 \phi \nabla^2 \psi + w \nabla^2 \psi_z + J(w, \phi_z) + \nabla w \cdot \nabla \psi_z = \nabla \times \underline{R} ,$$

$$(2.6) \quad \nabla^2 \phi_t + \nabla^2 p - f \nabla^2 \psi - f_y \psi_y + f_y \phi_x + J(\psi, \nabla^2 \phi) + \nabla \phi \cdot \nabla (\nabla^2 \phi) + (\nabla^2 \phi)^2 + 2J(\psi_y, \psi_x) - 2J(\phi_x, \psi_x) + 2J(\psi_y, \phi_y) - 2J(\phi_x, \phi_y) + w \nabla^2 \phi_z - J(w, \psi_z) + \nabla w \cdot \nabla \phi_z = \nabla \cdot \underline{R} ,$$

$$(2.7) \quad p_{zt} + J(\psi, p_z) + \nabla \phi \cdot \nabla p_z + w p_{zz} = 0 ,$$

$$(2.8) \quad \nabla^2 \phi = -w_z .$$

Anhand der Bewegungsgleichungen wird nun eine Skalenbetrachtung durchgeführt. Dieser Skalierung wird hier gegenüber einer formalen Störungsentwicklung (üblicherweise nach Potenzen der Rossby-Zahl) der Vorzug gegeben, da dies in stärkerem Maße die Tatsache deutlich werden läßt, daß unterschiedliche Prozesse verschieden gut approximiert werden.

Beobachtungen im östlichen Nordatlantik zeigen, daß die Dynamik der Frontalsysteme wie auch der Wirbelfelder von folgenden typischen Skalen beherrscht wird (dabei wird die halbe Wellenlänge als die typische Wellenskala angesehen):

Horizontalskala	L	$5.0 \cdot 10^4$	m
Vertikalskala	H	$1.0 \cdot 10^3$	m
Horizontalgeschwindigkeit	U	$2.5 \cdot 10^{-1}$	m/s
Vertikalgeschwindigkeit	W	$1.0 \cdot 10^{-4}$	m/s

Hinzu kommen folgende externe Parameter für mittlere Breiten:

Coriolisparameter	f_0	$1.0 \cdot 10^{-4}$	s^{-1}
Breitenabhängigkeit von f_0	β	$2.0 \cdot 10^{-11}$	$s^{-1}m^{-1}$
Stabilitätsfrequenz	N	$2.5 \cdot 10^{-3}$	s^{-1}

Als abgeleitete Größen resultieren:

Zeitskala für Advektion	L/U	$2.0 \cdot 10^5$	s
für den β -Effekt	$1/\beta L$	$1.0 \cdot 10^6$	s
für vertikale Effekte	HU/f_0WL	$5.0 \cdot 10^5$	s
Stromfunktion	$UL = \Psi$	$1.25 \cdot 10^4$	m^2/s
Geschwindigkeitspotential	$WL^2/H = \Phi$	$2.5 \cdot 10^2$	m^2/s
erster barokliner Rossby-Radius	$NH/f_0 = r$	$2.5 \cdot 10^4$	m

Für die mesoskaligen Felder ergeben sich damit folgende Abschätzungen:

- die Divergenz der Bewegungen ist klein gegenüber der Rotation, d.h. das Geschwindigkeitspotential ist viel kleiner als die Stromfunktion

$$\alpha = \Phi/\Psi \ll 1 .$$

Diese Annahme ist im vorliegenden Fall eine recht gute Näherung: der Parameter α beträgt lediglich 0.02.

- die Bewegung ist in nullter Ordnung geostrophisch; d.h. die Zeitableitung und die Impulsadvektion sind zu vernachlässigen:

$$\varepsilon_T = 1/(f_0 T) \ll 1 ,$$

$$Ro = \Psi/(f_0 L^2) \ll 1$$

und auch die Reibungsterme spielen auf diesen Skalen im Ozeaninneren keine Rolle. Beide Parameter besitzen hier eine Größenordnung von 0.05.

Diese Näherung beinhaltet die Vorstellung, daß die Rossby-Zahl klein ist und als Entwicklungsparameter genutzt werden könnte.

- für die Betrachtung eines mesoskaligen Gebietes der meridionalen Ausdehnung L_B kann die β -Ebenen-Approximation eingeführt werden:

$$L_B/a \ll 1 ,$$

wobei a den Erdradius bezeichnet.

Dieses Verhältnis aus ist im vorliegenden Fall etwa 0.1. Das Gebiet muß also auf etwa 1000•1000 km beschränkt bleiben. Physikalisch bedingt diese Näherung eine Elimination der 'kritischen Breiten' und der β -Dispersion (SCHOPF et al., 1981).

Wichtig in diesem Zusammenhang ist, daß die β -Rossby-Zahl keiner Beschränkung unterliegt: die (quasigeostrophische) Vorticity-Advektion wird vollständig berücksichtigt (die β -Rossby-Zahl ist unbeschränkt):

$$R_\beta = \Psi/(\beta L^3) > 1 .$$

Dieser Parameter erreicht für die vorliegende Dynamik den Wert 5.

Mit diesen Näherungen läßt sich die Vorticity-Gleichung (2.5) unter Berücksichtigung der Kontinuitätsgleichung weitgehend vereinfachen. Dabei wird ein Term jeweils nur dann vernachlässigt, wenn eine der obigen Abschätzungen angewandt werden kann. So verliert beispielsweise die relative Vorticity $\zeta = \nabla^2 \Psi$ gegenüber dem Coriolisparameter im Divergenzterm an Bedeutung.

Nach der Elimination der internen Schwerewellen durch Vernachlässigung der Zeitableitung in der Divergenzgleichung (2.6) und der Streichung aller nichtlinearen Terme dieser Gleichung verbleibt eine diagnostische Beziehung zwischen den beiden dominierenden Termen und man erhält ein auf die Variablen Ψ , w und p reduziertes System

$$(2.9) \quad \nabla^2 \Psi_t + \beta \Psi_x + J(\Psi, \nabla^2 \Psi) - f_0 w_z = \nabla \times \underline{R} \ ,$$

$$(2.10) \quad \nabla^2 p - f_0 \nabla^2 \Psi = 0 \ ,$$

$$(2.11) \quad p_{zt} + J(\Psi, p_z) + w p_{zz} = 0 \ .$$

Die verbliebenen Terme der Divergenzgleichung (2.10) führen zu folgender Beziehung zwischen dem Druck und der Stromfunktion:

$$(2.12a) \quad p_y = f_0 \Psi_y \ ,$$

$$(2.12b) \quad p_x = f_0 \Psi_x \ ,$$

$$(2.12c) \quad p = f_0 \Psi + p_r(z, t) \ .$$

Wichtig ist, daß hier in Gleichung (2.12) lediglich der konstante Coriolisparameter f_0 verbleibt. Die Integrationskonstante $p_r(z, t)$ stellt einen Referenzdruck (und über die hydrostatische Beziehung (2.1c) auch eine Referenzdichte) dar, der als mittleres Profil für das gesamte Gebiet gilt und dessen explizite Zeitabhängigkeit für ein lokales Modell in guter Näherung vernachlässigt werden kann. Grundsätzlich jedoch kann das Referenzdichteprofil durchaus als zeitabhängig behandelt werden. Eine Gleichung für die zeitliche Änderung der Referenzdichte erhält man durch horizontale Integration von Gleichung (2.7) über das gesamte betrachtete Gebiet

$$(2.13) \quad \iint \rho_{rt} \, dx dy = - \iint (w \rho_{rz} + w p_z) \, dx dy \ ,$$

also durch die mittlere vertikale Advektion des Referenzdichteprofiles sowie zusätzlich das horizontal gemittelte Produkt der räumlichen Fluktuationen der Vertikalgeschwindigkeit mit der mesoskaligen Dichtestörung.

Eingesetzt in Gleichung (2.12c) folgt

$$(2.14) \quad \Psi_{zt} + J(\Psi, \Psi_z) + w\Psi_{zz} = -wp_{rzz}/f_0 = w(g/f_0)\rho_{rz} .$$

Nimmt man nun weiterhin an, daß das Verhältnis der vertikalen Gradienten von Dichtestörung und mittlerem Dichteprofil klein ist

$$\delta = \rho_z/\rho_{rz} = ULf_0/H^2N^2 \ll 1 ,$$

(für die vorliegenden Skalen 0.2) so läßt sich die thermodynamische Gleichung weiter vereinfachen und das quasigeostrophische System für die Variablen Ψ und w lautet:

$$(2.15) \quad \nabla^2\Psi_t + \beta\Psi_x + J(\Psi, \nabla^2\Psi) - f_0w_z = \nabla \times \underline{R} ,$$

$$(2.16) \quad \Psi_{zt} + J(\Psi, \Psi_z) = -(N^2/f_0)w .$$

Dabei gilt für die Brunt-Väisälä-Frequenz die bekannte Beziehung:

$$(2.17) \quad N^2 = -g\rho_{rz} .$$

Man beachte, daß durch die Wahl des Vorzeichens auch im hier verwendeten Koordinatensystem N^2 positiv wird.

Das quasigeostrophische Gleichungssystem besteht also aus den Gleichungen (2.15) und (2.16) für die Variablen Ψ und w . Üblicherweise wird die Vertikalgeschwindigkeit eliminiert und man erhält die bekannte kombinierte barokline Vorticity-Gleichung:

$$(2.18) \quad D/Dt (q) = (\partial/\partial t - \Psi_y \partial/\partial x + \Psi_x \partial/\partial y) (q) = \nabla \times \underline{R}$$

mit der quasigeostrophischen potentiellen Vorticity, der grundlegenden Erhaltungsgröße der quasigeostrophischen Theorie

$$(2.19) \quad q = \nabla^2\Psi + f_0 + \beta y + ((f_0/N)^2 \Psi_z)_z ,$$

wobei die nicht näher spezifizierten Dissipationsterme wiederum unter $\nabla \times \underline{R}$ zusammengefaßt sind.

Prinzipiell ist die Vertikalstruktur im quasigeostrophischen System gegeben durch die thermodynamische Gleichung. Die Bestimmung der Vertikalgeschwindigkeit ist jedoch auch diagnostisch möglich; durch Differentiation der Vorticity-Gleichung nach z und der Anwendung des horizontalen Laplace-Operators auf die Dichtegleichung läßt sich durch Subtraktion folgende Beziehung gewinnen (in der Meteorologie als ω -Gleichung in einem System mit dem Druck als vertikaler Koordinate bekannt):

$$(2.20) \quad \nabla^2 w + (f_0/N)^2 w_{zz} = f_0/N^2 (\beta \Psi_{xz} + J(\Psi, \nabla^2 \Psi)_z - \nabla^2 J(\Psi, \Psi_z) - \nabla \times \underline{R}_z) \\ = f_0/N^2 (\beta \Psi_{xz} + 2(J(\Psi_x, -\Psi_{xz}) + J(\Psi_y, -\Psi_{yz}) + J(\Psi_z, \nabla^2 \Psi)) - \nabla \times \underline{R}_z) .$$

Die so erhaltenen nichtlinearen Terme verdienen eine eingehendere Betrachtung: es handelt sich um die Scherungsterme ('vortex tilting') in allen drei räumlichen Dimensionen in ihrer quasigeostrophischen Form: die beiden ersten nichtlinearen Terme stellen die horizontalen Scherungen der horizontalen Komponenten $(-v_z)_i$ und $(u_z)_j$ der Vorticity dar; der dritte nichtlineare Term bezeichnet die vertikale Scherung der vertikalen Komponente $(v_x - u_y)_k$.

Der nichtlineare Anteil des inhomogenen Terms lautet in Vektornotation:

$$(2.21) \quad J(\Psi_x, -\Psi_{xz}) + J(\Psi_y, -\Psi_{yz}) + J(\Psi_z, \nabla^2 \Psi) = \underline{\nabla} \cdot (\underline{v}_h \cdot \underline{\nabla} (\underline{\nabla} \times \underline{v}_h)) .$$

Die rechte Seite dieser dreidimensionalen Poisson-Gleichung (2.20) kann also als Divergenzterm geschrieben werden (ist also die Divergenz der Advektion des Vektors der relativen Vorticity), aus der eine Vertikalgeschwindigkeit resultiert.

Dabei entsprechen die beiden horizontalen (und sicherlich häufig bedeutendsten) Terme den Komponenten der bei HOSKINS et al. (1978) definierten Q-Vektoren, deren Divergenz proportional zur Vertikalgeschwindigkeit ist. In einem baroklinen System ist w die entscheidende Größe bei der Wellenausbreitung und in Frontalzonen. Anhand dieser Divergenz kann man aktive Zonen quasigeostrophischer Frontaldynamik von inaktiven unterscheiden.

Besonderes Augenmerk muß man bei quasigeostrophischen Approximationen auf die Gültigkeit der Vernachlässigung der Vertikalgeschwindigkeit als Variable zweiter Ordnung legen: insbesondere in Frontalzonen könnte das zu einer Überforderung der Annahmen führen. Aus Beobachtungen erscheint die Annahme eines Maximalwertes von etwa 10 m pro Tag als angemessen. Betrachtet wird zunächst die Kontinuitätsgleichung: um die Divergenz im Strömungsfeld nicht zu groß werden zu lassen, muß die aktuelle Vertikalgeschwindigkeit der Bedingung

$$W < \alpha H U / L$$

genügen. Die Gültigkeit dieser Relation auch in Frontalzonen ergibt sich leicht durch Einsetzen der aktuellen Skalen. Aus der Kontinuitätsgleichung allein folgt keine Beschränkung der Amplitude der Vertikalgeschwindigkeit für ein quasigeostrophisches System.

Einschränkender ist jedoch die Annahme eines zeitlich unveränderlichen mittleren Dichteprofiles, das mit der Vertikalgeschwindigkeit advektiert wird. Um gegen diese Advektion das konstante Referenzdichteprofil aufrecht zu erhalten, müßten vertikale Austauschprozesse mit Koeffizienten von etwa $10^{-1} \text{ m}^2/\text{s}$ angenommen werden; Werte, die für das Innere des Ozeans extrem hoch erscheinen. Die Vernachlässigung der vertikalen Advektion der Störungsdichte führt dazu, daß sich der durch anwachsende vertikale Dichtegradienten selbst begrenzende Prozeß der Vertikalbewegung künstlich aufrechterhalten wird. Das bewirkt im allgemeinen eine Unterschätzung der vertikalen Stabilität und damit verstärkte Instabilität.

Setzt man die typischen Skalen in die Vorticity-Gleichung ein, so kann man die Bedeutung der einzelnen Prozesse erkennen: dominant sind der Auftriebs- und der nichtlineare Term; die lokalzeitliche Ableitung und der β -Term treten deutlich zurück und die Reibung wirkt lediglich auf noch kürzeren Horizontalskalen und ist für die betrachtete Dynamik als vernachlässigbar klein anzusehen. Die Bedeutung der baroklinen Komponente kann anhand der Burger-Zahl (LeBLOND & MYSAK, 1978) abgeschätzt werden:

$$Bu = (HN/f_0L)^2 = (r/L)^2 = 0.25 ,$$

so daß man barokline Prozesse als bedeutsam erwarten kann.

Ein Vergleich der Zeitskalen zeigt, daß sich advective Effekte und barotrope Rossby-Wellen balancieren können für

$$L = \sqrt{(U/\beta)} = 110 \text{ km}$$

während Advektion und Baroklinität für

$$L = U\sqrt{(H/f_0W)} = 80 \text{ km}$$

die gleiche Zeitskala besitzen. Diese Wellenlängen verdienen daher eine besonders eingehende Betrachtung. Eine dieser 80-km-Welle entsprechende Vertikalskala mit $Bu = 1$ beträgt

$$H = f_0W/\beta U = 2000 \text{ m} .$$

Als Resultat der Skalenanalyse erhält man mit dem obigen Gleichungssystem (2.15), (2.16) oder auch (2.18), (2.20) eine Möglichkeit der Beschreibung stark nichtlinearer barokliner Prozesse einer begrenzten Ozeanregion; es ist insbesondere geeignet, mesoskalige Instabilitätsprozesse auf Zeitskalen von einigen Wochen bis Monaten zu untersuchen.

Abschließend soll darauf hingewiesen werden, daß die Gültigkeit der vorgestellten Approximationen wesentlich von der Kombination der eingeführten Parameter abhängt. In Abb. 2-1 ist die Güte der quasigeostrophischen Näherung in Abhängigkeit von der Kombination aus Horizontal- und Geschwindigkeitsskala dargestellt. Man erkennt, daß die Forderung nach einer kleinen Rossby-Zahl große Geschwindigkeitsamplituden auf sehr kurzen Skalen ($L < U/(f_0Ro)$) ausschließt, während die Annahme eines dominierenden mittleren Dichteprofiles auf langen Skalen ($L > \delta r^2 f_0/U$) einschränkend wirkt. Auf sehr großen Skalen ($L > \epsilon_T f_0/\beta$) existierten dann zusätzlich Beschränkungen der Größe des betrachteten Gebietes und der Phasengeschwindigkeit der externen Rossby-Wellen.

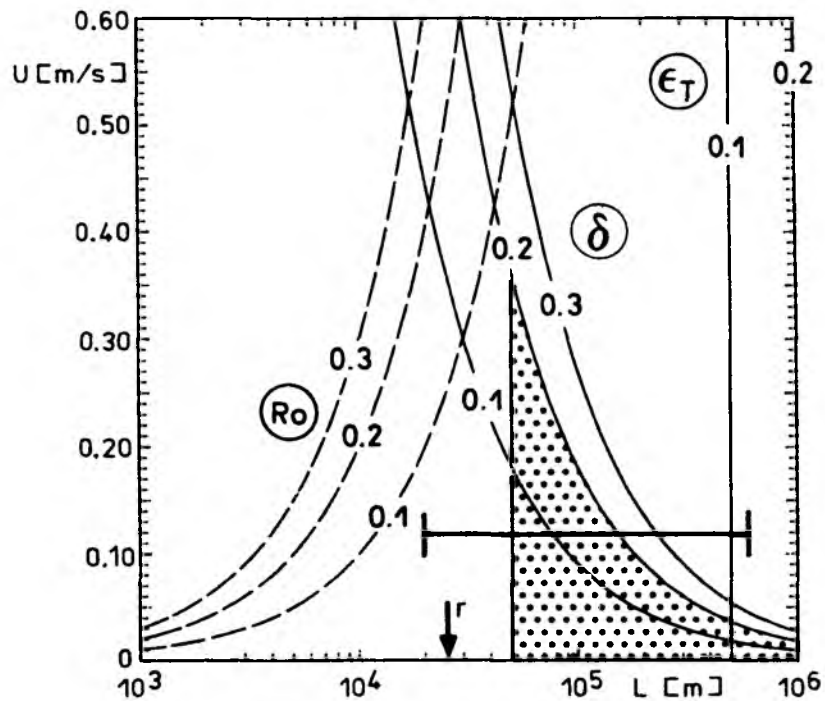


Abb. 2-1 Güte der quasigeostrophischen Approximation in Abhängigkeit von der Kombination aus Horizontalskala L und Geschwindigkeitsskala U .

Der Bereich der Mesoskala mit maximal 20 % Fehler ist gestrichelt. Das lokale quasigeostrophische Modell umfaßt den durch den horizontalen Balken gekennzeichneten Bereich.

2.3 Erhaltungsgrößen im quasigeostrophischen System

Nach den im vorigen Abschnitt durchgeführten Vereinfachungen und Näherungen stellt sich für detaillierte Untersuchungen die Frage nach Erhaltungsgrößen in der genäherten QG-Modellversion. Wie schon erwähnt, hat das QG-System als fundamentale Erhaltungsgröße die quasigeostrophische potentielle Vorticity. Die Erhaltung dieser genäherten Größe für die Vertikalkomponente der potentiellen Vorticity Π (siehe PEDLOSKY, 1979, für eine ausführliche Diskussion) ist die grundlegende Forderung und Modellgrundlage.

Die vertikale Komponente der Wirbelstärke (relative Vorticity) stellt einen Teil dieser im quasigeostrophischen System fundamentalen Größe dar. Daher ist es wichtig, die Auswirkungen der Approximationen auf die Erhaltungseigenschaften dieser (in der quasigeostrophischen Approximation genähert dargestellten) Größe zu untersuchen. Die drei Komponenten der Vorticity lauten:

$$(2.22) \quad \Pi = \underline{\nabla} \times \underline{v} = (w_y - v_z, u_z - (w_x), v_x - u_y).$$

Unter der Voraussetzung $H/L \ll 1$ (Flachwassergleichungen) folgt für die Vertikalkomponente der relativen Vorticity (unter Vernachlässigung von Reibung und Vertikalgeschwindigkeit in Gleichung (2.1a,b), siehe zum Beispiel PEDLOSKY, 1979)

$$(2.23a) \quad d/dt (\zeta + f) = (\zeta + f)/H \, dH/dt \quad \text{oder}$$

$$(2.23b) \quad d/dt ((\zeta + f)/H) = 0.$$

Im quasigeostrophischen Modell ergibt sich durch die Vernachlässigung der relativen Vorticity gegenüber f_0 im Divergenzterm eine Modifikation dieser Bedingung, so daß sie nicht mehr in einer geschlossenen Form geschrieben werden kann, sondern lautet

$$(2.24a) \quad d/dt (\zeta + f) = f_0/H \, dH/dt \quad \text{oder}$$

$$(2.24b) \quad d/dt ((\zeta + f)/f_0 - \ln H) = 0$$

was dazu führt, daß in einem QG-Modell Umwandlungsprozesse zwischen den einzelnen Anteilen der potentiellen Vorticity nicht korrekt dargestellt

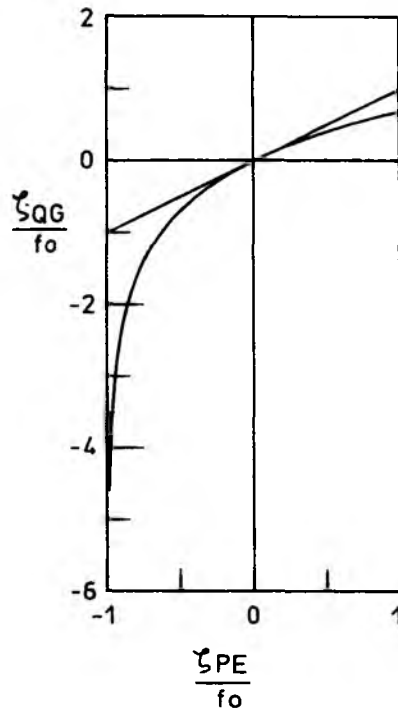


Abb. 2-2 Abweichung der normierten relativen Vorticity in der quasi-geostrophischen Approximation ζ_{QG}/f_0 vom korrekten Wert aus den Flachwassergleichungen.

werden. Hier kommt zum Tragen, daß in der Impulsbalance die Rossby-Zahl als klein angenommen wurde. Abbildung 2-2 zeigt die Abweichung quasi-geostrophischer relativer Vorticity ζ (normiert durch f_0) bei der Produktion relativer Vorticity durch Schichtdickenvariation gegenüber der entsprechenden Größe aus den Grundgleichungen. Die Gerade stellt den Verlauf bei korrekter Repräsentation des Prozesses dar. Die gekrümmte Kurve zeigt die Abweichungen für ein quasigeostrophisches System; lediglich für kleine Abweichungen der Vorticity von ihrem Ausgangswert ist die QG-Approximation hinreichend exakt. Umwandlungen zwischen planetarischer und relativer Vorticity hingegen erfahren durch die Quasigeostrophie keine Änderung.

Darüber hinaus sieht man, daß Zyklonen (positive relative Vorticity) unter- und Antizyklonen (negative relative Vorticity) überrepräsentiert werden. Damit werden die in der Realität vorhandenen größeren Amplituden und geringeren Krümmungsradien von Zyklonen exakt kompensiert. Das erklärt die Symmetrie in quasigeostrophischen Modellen und zeigt, daß eine Intensivierung von Zyklonen gegenüber Antizyklonen im QG-System nicht erwartet werden kann.

Die Abbildung 2-2 kann letztlich auch folgendermaßen interpretiert werden: die Gültigkeit der QG-Approximation (20 % Abweichung) beschränkt sich auf das Intervall

$$-0.18 < \zeta/f_0 < 0.23 .$$

Treten im Modell größere Amplituden relativer Vorticity auf, so ist die quasigeostrophische Approximation nicht mehr anwendbar.

Grundsätzlich ist von einem genäherten System zu fordern, daß die konservativen Größen (Masse, Energie, Enstrophie) des vollständigen Systems in einer der Approximation entsprechenden Form erhalten bleiben. Daher erscheint es sinnvoll, diese Quantitäten in ihrer quasigeostrophischen Approximation näher zu untersuchen. Die Abweichungen von der vollständigen Erhaltung stellen insbesondere im Hinblick auf die Energieerhaltung bei Instabilitätsprozessen einen Gradmesser für die Gültigkeit der Näherung dar.

Dazu betrachtet man zunächst die quadratisch integrale Größe der Energie. In der quasigeostrophischen Approximation lassen sich äquivalente Ausdrücke für kinetische und potentielle Energieformen formulieren: die kinetische Energie ergibt sich im QG-System aus der Vorticity-Gleichung durch Multiplikation mit Ψ und anschließender Integration über das gesamte betrachtete Gebiet zu

$$(2.25) \quad d\bar{E}/dt = d/dt \left(\frac{1}{2} (\nabla \Psi)^2 \right) = \iiint \Psi f_0 \omega_z \, dx dy dz + \iiint \Psi \nabla \times \underline{R} \, dx dy dz$$

während die potentielle Energie aus der Dichte-Gleichung durch Multiplikation mit Ψ_z folgt:

$$(2.26) \quad d\bar{P}/dt = d/dt \left(\frac{1}{2} (f_0/N)^2 (\Psi_z)^2 \right) = \iiint f_0 \omega \Psi_z \, dx dy dz .$$

Kombiniert ergibt sich:

$$(2.27) \quad d\bar{T}/dt = d\bar{E}/dt + d\bar{P}/dt = f_0 \iint (w\psi)|_{-H}^0 dx dy + \iiint \psi \nabla \times \underline{R} dx dy dz .$$

Dabei bezeichnet der Mittelungsbalken die dreidimensionale Integration über das gesamte betrachtete Gebiet.

Die oben vorgestellte Approximation mit einem konstanten Coriolisparameter f_0 außer im β -Term (in Form der Gleichungen (2.16) und (2.17)), ist nach BENGTTSSON & TEMPERTON (1979) auf diesem Approximations-Niveau eine energetisch konsistente Formulierung; abgesehen vom Reibungsterm, der immer eine Energiesenke darstellt, führt dies im Fall verschwindender Vertikalgeschwindigkeit an der Oberfläche und am Boden auf ein geschlossenes System mit internen Energieumwandlungen und damit interne Erhaltung der quasigeostrophischen Energie.

Gleichzeitig ergibt sich eine weitere Forderung: wenn darüber hinaus auch im Falle vorhandener Topographie und vorhandenen Forcings Energie-Erhaltung gewährleistet sein soll, so muß das horizontale Integral über das Produkt aus Boden-Stromfunktion und Boden-Vertikalgeschwindigkeit identisch verschwinden, denn die Wechselwirkungen zwischen Strömung und Bodentopographie können im horizontalen Mittel keine Energie produzieren oder vernichten. Außerdem darf keine mittlere Ekman-Vertikalgeschwindigkeit vorhanden sein. Auf die Erfüllung dieser Bedingungen in der numerischen Realisierung wird später noch näher eingegangen.

Die in Abschnitt 2.2 eingeführten Approximationen sind bezogen auf den Grad ihrer Gültigkeit unterschiedlicher Güte; anhand Abb. 2-1 kann eine 'Ordnung' der vernachlässigten Terme aufgestellt werden. Als besonders problemlos erscheint die Vernachlässigung der Divergenz gegenüber der Rotation. Kritischer ist die Annahme einer kleinen Rossby-Zahl und insbesondere die Vernachlässigung der Störungsdichte gegenüber der Referenzdichte bei der Vertikaladvektion. Erweiterungen wären daher wünschenswert. Die größten der vernachlässigten Terme sind für die Dichtegleichung der (einzige) Zusatzterm $w\psi_{zz}$, für die Vorticity-Gleichung die Terme $w_z \nabla^2 \psi - w \nabla^2 \psi_z$.

Erweitert man die Energiegleichungen um diese Terme, so findet man auch im reibungsfreien, nicht extern angetriebenen Fall mit ebenem Boden

$$d\bar{T}/dt = \iiint (wE_z - w_z E + w_z P) dx dy dz ,$$

so daß keine geschlossene Energiebilanz mehr gewährleistet ist. Der Versuch, eine andere, 'quasigeostrophische' Energie (eventuell unter Berücksichtigung der Vertikalgeschwindigkeit bei der kinetischen Energie) zu definieren, erscheint aussichtslos.

In einer mehr formalen Herleitung im Sinne einer Störungsrechnung mit der Rossby-Zahl als Entwicklungsparameter sind diese Zusatzterme von höherer Ordnung. McWILLIAMS et al. (1986) hingegen erweitern das quasigeostrophische System auf das sogenannte 'Balancegleichungssystem' unter Berücksichtigung von Termen 2. Ordnung in der Rossby-Zahl und erhalten ein konsistentes Schema, in dem einige weitere Terme des Systems (2.5) - (2.8) enthalten sind. Die potentielle Energie stellt sich dann als eine modifizierte Größe dar und ist nicht mehr direkt mit ihrer quasigeostrophischen Form zu vergleichen. Im Hinblick auf die Ergebnisse der Modellrechnungen von NORTON et al. (1986) scheint diese Form eines Gleichungssystems, abgesehen vom größeren Rechenaufwand, die einzig sinnvolle Erweiterung in Richtung auf das Grundgleichungssystem darzustellen.

Massenerhaltung im quasigeostrophischen Sinne ist eine ebenso problematische Forderung. Während die Kontinuitätsgleichung stets erfüllt ist, ergibt sich aus der Näherung (2.17), daß die Masse im eigentlichen Sinne nicht erhalten ist. Die Formulierung einer 'QG-Masse' fällt schwer, so daß man entweder auf eine (quasigeostrophische) Massenerhaltung verzichten oder sich anderweitig behelfen muß. Einen Ausweg stellt nach McWILLIAMS (1977) die Forderung nach einem in jeder Tiefe verschwindenden horizontalen Mittel der Vertikalgeschwindigkeit dar:

$$(2.28) \quad \iint w \, dx dy = 0 \, .$$

In einem beckenweiten Modell mit einem nichtverschwindenden konstanten Mittelwert der Ekman-Vertikalgeschwindigkeit trifft man damit auf das Problem der Interpretation dieser Anregung als Massenfluß oder Impulsfluß (siehe WÜBBER, 1986). Für ein lokales Modell kann diese Forderung jedoch problemlos erfüllt werden.

Eine weitere Erhaltungsgröße, aus der Turbulenztheorie stammend, ist der 'Schraubensinn'. Das Kreuzprodukt aus Geschwindigkeit und Vorticity wird Helizität (ein Maß für die Drehrichtung und -stärke im System) genannt. Die Definitionsgleichung für die skalare Größe H lautet:

$$(2.29) \quad H = \underline{v} \cdot (\nabla \times \underline{v}) = u(w_y - v_z) + v(u_z - w_x) + w(u_y - v_x) .$$

Die dominierenden Terme im QG-Modell resultieren damit aus der horizontalen Dichteadvektion $J(\Psi, \Psi_z)$. Aus der vorhergehenden Skalierung ist ersichtlich, daß der β -Term von untergeordneter Bedeutung ist und damit eine Spiralbewegung lokal durch die Helizität gegeben ist. Diese Spirale liegt in der Horizontalen und führt zur Stabilisierung der Advektion. Sie ist bedeutsam für Ablösungsprozesse von Wirbeln an Fronten.

Im QG-Modell ($W \ll U$) erweist sich die Helizität $H_{QG} = J(\Psi, \Psi_z)$ nur dann als eine konservative Größe, wenn die horizontal gemittelte Dichteadvektion verschwindet. Auf diese Forderung wird im Zusammenhang mit der numerischen Realisierung näher eingegangen. Die relative Helizität, definiert als

$$(2.30) \quad H_{rel} = -J(\Psi, \Psi_z) / ((\nabla \Psi)^2 + (\nabla \Psi_z)^2) ,$$

ist ein Maß für die interne Stabilität der Dichteadvektion durch Rotation um die Advektionsachse.

Für eine relative Helizität von etwa 1 liegen stark schraubenförmige Bewegungen vor. In der Meteorologie sind als Beispiele Tornados zu nennen. Tiefdrucksysteme besitzen lediglich eine Helizität in der Größenordnung von 0.1 (ETLING, 1983).

2.4 Quasigeostrophische Prozesse

Für eine Klassifikation der im System (2.18) enthaltenen quasigeostrophischen Prozesse ist eine formale Aufspaltung für die Stromfunktion gemäß

$$(2.31) \quad \Psi(x, y, z, t) = \int \overline{-u_0(y, z)}^x dy + \Psi'(x, y, z, t)$$

sinnvoll. Die gestrichenen Größen werden als mittelwertfrei im betrachteten Gebiet angenommen. Für die mittlere Zonalgeschwindigkeit gilt dann

$$(2.32) \quad f_0 u_0(y, z) = - p_{0y}(y, z) = g \rho_{0y}(y, z)$$

in Form der thermischen Windgleichung.

Einsetzen von (2.31) in (2.18) ergibt eine Gleichung, anhand derer man sehr leicht mögliche Balancen und physikalische Prozesse verdeutlichen kann. Sie lautet (unter Hinfortlassung der Striche):

$$(2.33) \quad \nabla^2 \Psi_t + ((f_0/N)^2 \Psi_z)_{zt} + \beta \Psi_x + u_0 \nabla^2 \Psi_x + u_0 ((f_0/N)^2 \Psi_z)_{zx} - u_{0yy} \Psi_x - \Psi_x ((f_0/N)^2 u_{0z})_z + J(\Psi, \nabla^2 \Psi) = 0 .$$

Die Betrachtung von Einzelbalancen führt zu einer Aufstellung der Prozesse:

Zunächst besitzt Gleichung (2.33) Wellenlösungen; diese sind als Schwingungen zweiter Art beziehungsweise Rossby-Wellen (LONGUET-HIGGINS, 1964) hinreichend bekannt. Diese Schwingungen, mit der Breitenabhängigkeit des Coriolisparameters als rücktreibender Kraft, haben stets westwärtige Phasenausbreitung. Zu unterscheiden sind externe Rossby-Wellen, mit typischen Phasengeschwindigkeiten von 10 cm/s und einer vertikalen Eindringtiefe, die die gesamte Wassersäule erfaßt. Sie stellen die augenblickliche Antwort des Ozeans auf Änderungen der äußeren Kräfte (Windschubspannung) dar und sind durch starke Dispersion gekennzeichnet. Bei der zweiten Form von Wellenlösungen handelt es sich um interne Rossby-Wellen, wobei der erste barokline Mode (mit einer Nullstelle in der vertikalen Struktur) im Ozean häufig als dominant anzusehen ist. Für mesoskalige Wellenlängen sind diese Wellen nahezu dispersionsfrei und durch die Skala des Rossby-Radius geprägt.

Eine zusätzliche, vertikal konstante Grundströmung verursacht eine Doppler-Verschiebung und modifiziert die Ausbreitungseigenschaften bei-der Wellentypen erheblich. Für Parameterkombinationen, die im Ozean häufig realisiert sind, können stehende Wellen auftreten, die bei stationärer Anregung resonant sind, auf der anderen Seite existieren entartete Wellen bei gleichgerichteter Phasen- und Advektionsgeschwindigkeit.

Die Erzeugung von Rossby-Wellen und die Entstehung von horizontalen Dichtegradienten durch atmosphärische Prozesse sowie die Auswirkungen der Topographie auf die bodennahe Strömung werden im quasigeostrophischen System ausschließlich in Form der vertikalen Randbedingungen berücksichtigt.

Eine horizontale Scherung der Advektionsgeschwindigkeit bedingt die Existenz kritischer Linien, an denen intensive Wechselwirkungen zwischen Strömung und Rossby-Welle stattfinden: partielle Reflexion und Transmission, Absorption und Emission (oft auch als 'critical line instability' bezeichnet). Für barokline Grundströmungen gilt Analoges in vertikaler Richtung: es kommt zum Entstehen kritischer Schichten. Die vertikale Scherung einer Grundströmung ermöglicht auch die Kopplung der externen mit den internen Schwingungsmoden.

Aus den Scherungen der Grundströmung resultiert die Möglichkeit zu barotroper beziehungsweise barokliner Instabilität.

Unter den nichtlinear dominierten Bewegungsformen sind zunächst solitäre Wellen (Solitonen), Modonen, Einzel- und Doppelwirbel sowie Strömungsringe zu nennen (mit unterschiedlichster Vertikalstruktur), die neben einer Advektion durch das mittlere Feld teilweise eine deutlich verstärkte Eigenbewegung aufweisen.

Als spezielle Lösungen des Systems sind Linearität (mit einer ungestörten Überlagerung aller Wellenkomponenten und dominanter Dispersion), vollständige Isotropie auf der f -Ebene (ohne Dispersion), Stationarität der Strömungs- und Dichtestrukturen sowie Barotropie denkbar. Das linearisierte System wird in Kapitel 4 näher dargestellt und untersucht.

In diesem Zusammenhang soll darauf hingewiesen werden, daß entgegen einer häufigen Vorstellung der Begriff 'barotrop' nicht 'vertikal ungeschert' bedeutet; der Begriff vertikalintegriert ist in diesem Sinne eindeutiger und impliziert, daß vertikale Variationen zugelassen sind. Die erstaunlich hohe Leistungsfähigkeit eines vertikalintegrierten Modells resultiert gerade aus der Tatsache, daß vertikale Scherungen zugelassen sind.

Im quasigeostrophischen Sinne besitzt lediglich der sogenannte 'externe' Anteil keine vertikale Scherung; jede externe Mode ist barotrop, während die Umkehrung jedoch nicht gilt. Besonders deutlich wird das an folgender Druckverteilung, die sich aus einem externen und einem dichte-proportionalen Anteil zusammensetzt:

$$(2.34) \quad p = a(x,y,t) + b(x,y,t) \cdot \rho_r(z) .$$

Betrachtet man dazu die Barotropiebedingung:

$$(2.35a) \quad \underline{\nabla} p \times \underline{\nabla} \rho = 0$$

in ihrer quasigeostrophischen Form

$$(2.35b) \quad \underline{\nabla} \Psi \times \underline{\nabla} \Psi_z = 0 ,$$

so erhält man als wesentliche Bedingung für Barotropie das Verschwinden der Dichteadvektion bzw. Helizität des Systems $J(\Psi, \Psi_z) = 0$, was für ein Druckfeld gemäß (2.34) gegeben ist.

3. DIE NUMERISCHE REALISIERUNG

3.1 Die vertikale Diskretisierung

Die numerische Umsetzung der hydrodynamischen Differentialgleichungen in Differenzengleichungen ist stets mit der Aufgabe der Kontinuität der physikalischen Variablen verbunden. Die daraus folgenden Trunkierungsfehler können unter ungünstigen Umständen zu völlig fehlerhaften Ergebnissen führen. Die Konzeption eines numerischen Modells muß daher zunächst die Konsistenz und numerische Stabilität der verwendeten Verfahren untersuchen.

In Erweiterung rein zweidimensionaler vertikalintegrierter (2D-) Modelle, die lediglich den (barotropen) Massentransport betrachten, beinhaltet die quasigeostrophische Approximation auch eine der Mesoskala angemessene Darstellung der vertikalen Abhängigkeit. Aus ökonomischen Gründen stellt sich die Frage, wie man mit möglichst wenigen vertikalen Freiheitsgraden eine dem physikalischen Problem angemessene Form der Behandlung der vertikalen Abhängigkeit im Modell findet.

Die Beantwortung dieser Frage muß in erster Linie die zu untersuchenden physikalischen Prozesse berücksichtigen (FLIERL, 1978); dazu gehören:

- Nichtlinearitäten
- Oberflächenanregung
- Bodentopographie
- Dynamik der Hauptsprungschicht
- Barokline Instabilitäten .

Wichtige Parameter sind dabei die vertikalen Dichtegradienten sowie die daraus folgenden Rossby-Radien.

FLIERL (1978) hat gezeigt, daß für die Modellierung der meisten dieser Prozesse eine Modalzerlegung nach Eigenfunktionen der mittleren Schichtung (als einer 'natürlichen' Vertikalstruktur) sehr sinnvoll ist; unglücklicherweise gilt dies jedoch nur für Modelle mit einer geringen Anzahl vertikaler Freiheitsgrade, da sich der Rechenaufwand für vertikal hochauflösende Modelle gegenüber anderen (diskreten) Konzepten unverhältnismäßig vergrößert.

Hinzu kommt, daß für detaillierte Instabilitätsuntersuchungen neben den vertikalen Moden (die aus der Dichteschichtung folgen) auch die sogenannten Schermoden (bei denen über die Dichteschichtung hinaus auch das mittlere Strömungsprofil berücksichtigt wird) für die Vertikalstruktur maßgeblich sind. Diese wiederum werden durch eine geringe Anzahl von Moden nicht hinreichend gut repräsentiert.

Darüber hinaus wird im Moden-Modell durch die vernachlässigte Projektion der nichtlinearen Terme auf höhere Moden der Trunkierungsfehler relativ groß, wenn nicht eine außerordentliche Abnahme der Amplitude mit der Modezahl angenommen werden kann. Ein orthogonales Moden-System für eine typische ozeanische Dichteschichtung bedingt, daß die aus den nichtlinearen Termen resultierende Vertikalstruktur nicht von einer geringen Anzahl von Moden dargestellt werden kann, so daß auch in vertikal höher auflösenden Modellen die barokline Instabilität unterrepräsentiert bleiben muß.

Aus diesen Überlegungen sowie aus Gründen der Vergleichbarkeit mit anderen (PE-) Modellen wird vom Modenmodell Abstand genommen. Zwangsläufig ergibt sich damit jedoch das von FLIERL (1978) erwähnte Problem der optimalen Anpassung der Diskretisierung an die zu beschreibende Physik. Grundsätzlich sollte man zunächst bemerken, daß bei zunehmender Auflösung in vertikaler Richtung auch zunehmend strengere Anforderungen an die horizontale Auflösung des Modells gestellt werden müssen. Einerseits muß die horizontale Auflösung im Sinne eines Burger-Zahl-Verhältnisses der vertikalen entsprechen und damit für ein vertikal hochauflösendes Modell besser sein als für ein vertikalintegriertes. Andererseits kann man eine realistische Bodentopographie in quasigeostrophischen Modellen um so schlechter einbauen, je feiner das vertikale Gitter ist.

Zuvor sollen jedoch einige analytische Aussagen zu den Eigenschaften der vertikalen Diskretisierung getroffen werden.

Die einfachste barokline Version ist ein Modell mit zwei Freiheitsgraden in der Vertikalen. Damit können prinzipielle Effekte eines geschichteten und mit einer vertikalen Stromscherung behafteten Ozeans

studiert werden. In vielen ozeanographischen Anwendungen wird ein solches Modell als Zwei-Schichten-Modell realisiert, in dem zwei unvermischbar übereinander geschichtete Flüssigkeitskörper unterschiedlicher Dichte betrachtet werden, die ihrerseits als völlig homogen angenommen werden. Untersucht wird hierbei die zeitliche und räumliche Variation der Schichtdicken.

Eine konzeptionell alternative Möglichkeit ist der Entwurf eines Level-Modells. Hierbei wird ein kontinuierlich geschichtetes Medium an festen Referenz-Niveaus betrachtet, und zwar Stromfunktion und Vertikalgeschwindigkeit in gegeneinander versetzten Tiefen. Beide Methoden der Behandlung der vertikalen Abhängigkeit mittels eines stark vereinfachten Systems beruhen auf groben Näherungen der ozeanischen Profile (im Gegensatz dazu stellt das Modenmodell eine integrale Repräsentation des Ozeans dar).

Eine schematische Abbildung der konzeptionellen Unterschiede und der Bezeichnungen der verschiedenen Vertikaldiskretisierungskonzepte findet sich in Abb. 3-1.

Die Gleichungen für eine 2-Level-Version lauten nach Gleichung (2.15) und (2.16) in reibungsfreier Form:

$$(3.1a) \quad \nabla^2 \psi_{1t} + \beta \psi_{1x} + J(\psi_1, \nabla^2 \psi_1) = -(f_0/h_1) w_2$$

$$(3.1b) \quad \nabla^2 \psi_{3t} + \beta \psi_{3x} + J(\psi_3, \nabla^2 \psi_3) = (f_0/h_3) w_2$$

$$(3.2) \quad \psi_{1t} - \psi_{3t} + J((h_3 \psi_1 + h_1 \psi_3)/H, \psi_1 - \psi_3) = -(N^2 H)/(2f_0) w_2$$

wobei die Gesamtwassertiefe durch $H = h_1 + h_3$ gegeben ist.

Diese 2-Level-Version läßt sich durch Elimination der Vertikalgeschwindigkeit in einer dem Schichten-Modell (siehe PEDLOSKY, 1964 oder auch IKEDA, 1981a,b) analogen Form schreiben:

$$(3.3a) \quad D_1/Dt (\nabla^2 \psi_1 + \beta y - (r_1)^{-2} (\psi_1 - \psi_3)) = 0$$

$$(3.3b) \quad D_3/Dt (\nabla^2 \psi_3 + \beta y + (r_3)^{-2} (\psi_1 - \psi_3)) = 0 .$$

Dabei bezeichnen die r_i die Rossby-Radien für die einzelnen Schichten:

$$r_i^2 = N^2 h_i H / (2f_0^2) .$$

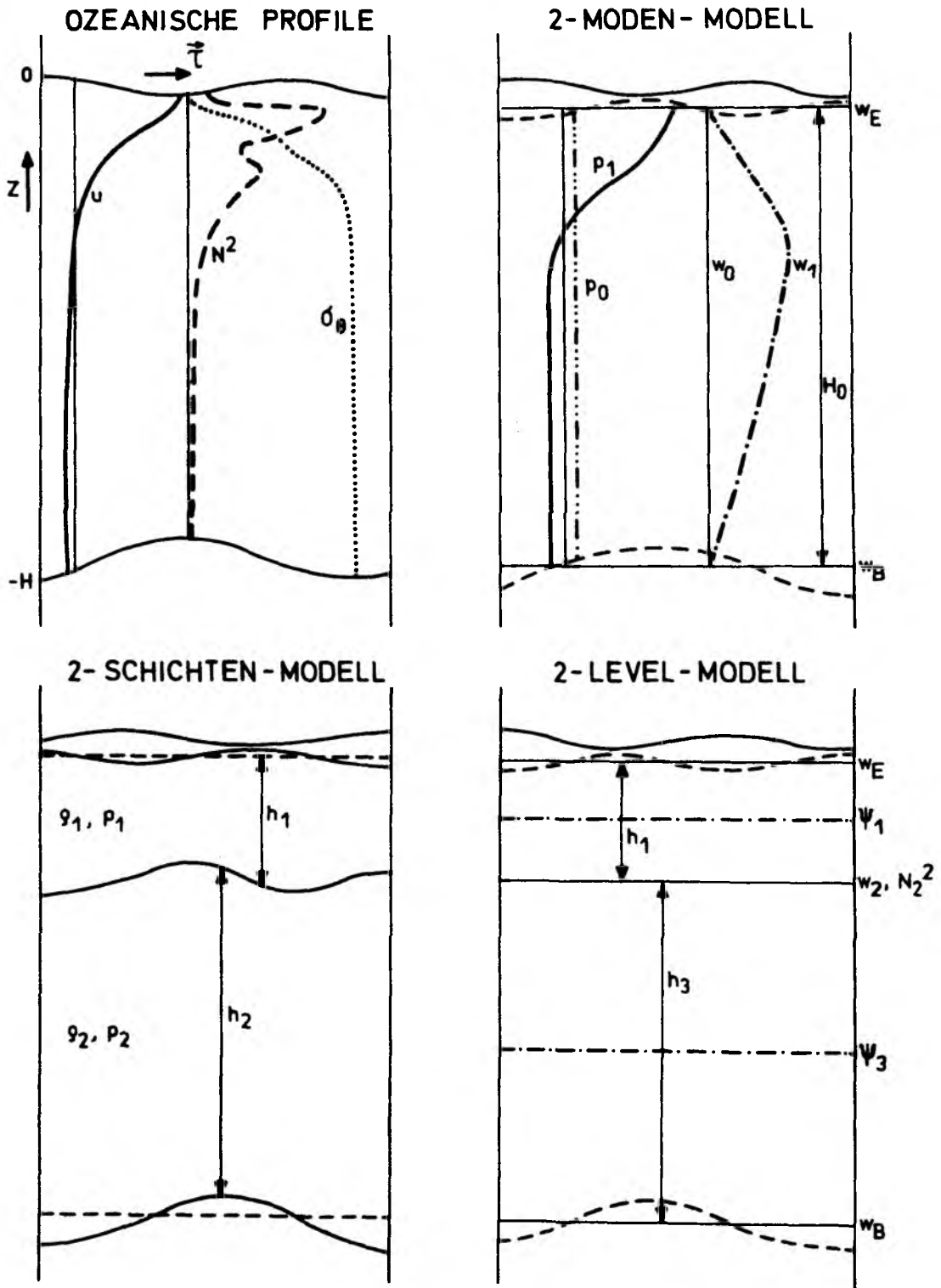


Abb. 3-1 Gegenüberstellung unterschiedlicher Konzepte quasigeostrophischer Vertikaldiskretisierungen und ihre Beziehung zu den ozeanischen Profilen. Bezeichnungen im Text.

Identifiziert man nun den Dichtesprung aus dem Layer-Modell mit dem Dichtegradienten,

$$(3.4a) \quad \partial \rho_r / \partial z |_2 = 2 \Delta \rho_r / H$$

und wählt man die Level-Einteilung derart, daß die zugehörigen Felder die Gegebenheiten der vertikalen Umgebung im integralen Sinn repräsentieren,

$$(3.4b) \quad \Psi_i = \int \Psi \, dz \quad (\text{Integration über eine Schicht})$$

so handelt es sich um völlige Äquivalenz zwischen beiden Konzepten. In der quasigeostrophischen Approximation besteht kein Unterschied zwischen Level- und Layer-Konzept (siehe auch PEDLOSKY, 1979). Das ermöglicht weitere grundsätzliche Aussagen zur quasigeostrophischen Approximation: offensichtlich stellt die QG-Approximation eine Näherung dar, die in der Vertikalen lokale und integrale Eigenschaften in einer ganz speziellen Weise verknüpft; die Strömungen sind als integrale Größe, die Dichte und Vertikalgeschwindigkeit lokal im Sinne eines Box-Modells zu interpretieren. Das verschachtelte Gitter des Level-Modells erscheint also lediglich als Ansatz für eine diskrete Formulierung.

Das System (3.1) und (3.2) ist für eine numerische Integration jedoch nicht geeignet, da nicht gleichzeitig die Stromfunktionen der beiden Niveaus und deren Differenz prognostisch berechnet werden können. Daher greift man auf die diagnostische Gleichung für die Vertikalgeschwindigkeit (2.20) zurück, die in einer 2-Level-Version ohne äußere Anregung und Topographie lautet

$$(3.5) \quad (\nabla^2 - 2(f_0/N)^2/h_1 h_3) w_2 = 2f_0/N^2 H (\beta(\Psi_1 - \Psi_3)_x + J(\Psi_1, \nabla^2 \Psi_1) - J(\Psi_3, \nabla^2 \Psi_3) + \nabla^2 J(\Psi_1, \Psi_3)) .$$

Doch auch dieses System erfüllt nicht die Anforderungen an die Konsistenz einer numerischen Realisierung, da sich durch die Differenzbildung für die Diagnose der Vertikalgeschwindigkeiten eine numerische Fehlerquelle ergibt, die im nichtlinearen (und damit irreversiblen) Fall zwar zu stabilen, aber völlig fehlerhaften Lösungen führt. So kann im Fall vollständig externer Strukturen (mit $\Psi_1 = \Psi_3$) aufgrund dieser Rechengenauigkeit sogar potentielle Energie entstehen.

Die physikalische Struktur des Systems legt den Übergang auf ein System mit zwei neuen Variablen nahe, so daß das Problem umgangen werden kann: man definiert den externen und den internen Anteil der Stromfunktion gemäß:

$$(3.6a) \quad \Psi_e = (h_1 \Psi_1 + h_3 \Psi_3)/H$$

$$(3.6b) \quad \Psi_i = \Psi_1 - \Psi_3 .$$

Die Gleichungen für diese Variablen lauten:

$$(3.7a) \quad \nabla^2 \Psi_{et} + \beta \Psi_{ex} + J(\Psi_e, \nabla^2 \Psi_e) + (h_1 h_3)/H^2 J(\Psi_i, \nabla^2 \Psi_i) = 0$$

$$(3.7b) \quad \nabla^2 \Psi_{it} + \{\sigma^2/(\sigma^2+1)\} \{\beta \Psi_{ix} + (h_3-h_1)/H J(\Psi_i, \nabla^2 \Psi_i)\} \\ + \{(\sigma^2-1)/(\sigma^2+1)\} J(\Psi_i, \nabla^2 \Psi_e) + J(\Psi_e, \nabla^2 \Psi_i) \\ + \{2/(\sigma^2+1)\} \{J(\Psi_{ex}, \nabla^2 \Psi_{ix}) + J(\Psi_{ey}, \nabla^2 \Psi_{iy})\} = 0$$

mit

$$(3.8) \quad \sigma^2 = -(N^2 h_1 h_3)/(2f_0^2) \nabla^2 .$$

Der externe Anteil ist dem vertikalintegrierten Anteil des Ein-Level-Modells äquivalent; der interne ist ein Maß für die Abweichung der Dichte vom mittleren Dichteprofil.

Wie man leicht sieht, ist σ eine Größe, die proportional zum Rossby-Radius ist und eine diskrete Burger-Zahl des Modells darstellt. Diese Darstellung des Systems in den Gleichungen (3.7a,b) ermöglicht sehr anschaulich die Betrachtung der linearen Wellendynamik und der nichtlinearen Wechselwirkungen zwischen den Moden: für den externen Anteil kommt noch ein Wechselwirkungsterm aus dem internen Mode hinzu; der interne Mode wird im wesentlichen durch die Advektion bestimmt. Für lange Wellen ($\sigma \ll 1$) ist der vertikal gescherte Mode sehr viel langsamer als der ungescherte; die Unterschiede zwischen kurzen barotropen und baroklinen Wellen ($\sigma \gg 1$) sind nur gering. Der Fall $\sigma = 1$ (die horizontalen Wellenlängen entsprechen dem Rossby-Radius) ist gekennzeichnet durch ein Verschwinden der Advektion des externen Mode durch den internen Mode.

Durch diesen Vergleich der Diskretisierungskonzepte erhält man nun eine erste Möglichkeit der Kalibrierung des Modells: während in einem Schichtenmodell die Schichtdicken so gewählt werden, daß die Sprungschicht zum Trennungsniveau wird, sollte generell die Kombination der Schichtdicken und des vertikalen Dichtegradienten so erfolgen, daß auch die integralen ozeanischen Charakteristika möglichst gut wiedergegeben werden.

Als wesentlicher, die Skalen der baroklinen Instabilität bestimmender Parameter stellt der barokline Rossby-Radius eine Größe dar, die von einem numerischen Modell richtig erfaßt werden sollte.

In einem Level-Modell ergibt sich allein aus der Diskretisierung ein interner Rossby-Radius

$$(3.9) \quad (r_{i,i+1})^2 = (N/f_0)^2 (h_i h_{i+1})/2 .$$

Während in einem Moden-Modell die analytischen Größen exakt repräsentiert werden, ist dieser interne Parameter eine vertikal lokale Größe, die vom analytisch berechneten Rossby-Radius, der ja bekanntlich eine integrale Eigenschaft der Dichteschichtung darstellt, durchaus erheblich abweichen kann.

Stellt man sich eine äquidistante Diskretisierung vor, so hängt der lokale Kopplungsparameter zwischen den Schichten (denn als ein solcher kann (3.9) aufgefaßt werden) lediglich vom Dichtegradienten ab. Aus Gründen der Effektivität und Auflösung wird vielfach keine äquidistante Schichteneinteilung benutzt. Man beruft sich darauf, daß im tiefen Ozean größere vertikale Bereiche zusammengefaßt werden können als in der oberflächennahen Schicht. Durch geschickte Wahl der betrachteten Niveaus im Modell läßt sich nun aber der interne Kopplungsparameter konstant halten. Damit werden alle Schichten gleichermaßen aneinandergesekoppelt. Dieses Verfahren resultiert in einer Bevorzugung der ersten baroklinen Mode, es erhält allerdings die vertikale Einheitlichkeit der Modellformulierung.

In einem 2-Level-Modell kann man die Schichtdicken unter Annahme eines mittleren Dichtegradienten für einen vorgegebenen Rossby-Radius bestimmen:

$$h_1 = H/2 (1 \pm \sqrt{1-8(f_0 r/HN)^2})$$
$$h_3 = H - h_1 .$$

Für ein Multi-Level-Modell mit M Stromfunktionsniveaus in der Vertikalen ist dieses Verfahren jedoch nicht mehr durchzuführen, da damit ein gekoppeltes Gleichungssystem aus M-1 nichtlinearen Gleichungen resultiert, dessen Lösung für gegebene Rossby-Radien nicht eindeutig ist und unverhältnismäßig großen Aufwand erfordert.

Interessant in diesem Zusammenhang ist, daß aus dem internen Koppelungsparameter des Modells durch Normierung mit dem horizontalen Gitterabstand eine dimensionslose Zahl resultiert, die den Zusammenhang zwischen horizontaler und vertikaler Diskretisierung beschreibt:

$$(3.10) \quad \gamma_i = (N/f_0) \pi / \Delta x \sqrt{(h_i h_{i+1} / 2)} .$$

Ist γ_i größer als 1, so ist aus numerischen Gründen keine vertikale Reibung nötig, da die Abbildung jeder vertikalen Struktur in die horizontale Dimension vom Gitter aufgelöst werden kann.

Wiederum bewirkt die einheitliche Festlegung dieser Größe γ_i , daß man eine wohldefinierte Beziehung zwischen den horizontalen und vertikalen Prozessen erhält und die lokalen zu integralen Parametern macht.

Die vertikalen Randbedingungen des oben formulierten Level-Modells sind die Vertikalgeschwindigkeiten an der Oberfläche (d.h. der Unterseite der durchmischten Deckschicht) und am Boden (über der Bodenreibungsschicht). Aus der Ekman-Theorie folgt die Vertikalgeschwindigkeit als obere Randbedingung aus der Rotation der Windschubspannung:

$$(3.11) \quad w_e = \frac{1}{f} \nabla \times \underline{\tau}$$

die Kontinuitätsgleichung liefert uns am Boden die gewünschte Beziehung zwischen der horizontalen Anströmungsgeschwindigkeit und der Vertikalbewegung aufgrund 'nichtebenen' Bodens. Dabei können eventuell die Effekte einer Bodenreibungsschicht in Form einer vorticity-proportionalen Bodenreibung r parametrisiert berücksichtigt werden:

$$(3.12) \quad w_b = J(\Psi_M, \eta) - r \nabla^2 \Psi_M .$$

Grundsätzlich muß darauf geachtet werden, daß die Vertikalgeschwindigkeiten nicht zu groß werden, um noch dem quasigeostrophischen Konzept zu entsprechen. Diese Restriktion betrifft daher einerseits die mögliche Bodenneigung, andererseits auch die betrachtbaren Windschubspannungsgradienten.

Darüber hinaus darf die Bodentopographie auch die Schichtdicke der untersten Schicht nicht erheblich verändern, da konzeptionell die Vertikalgeschwindigkeit an der mittleren Tiefe ausgewertet wird. Bei den Modellrechnungen wurden daher keine Topographieamplituden gewählt, die größer waren als 20% der untersten Schicht. Ein 'Durchstoßen' der untersten Schicht(en) führt zur Entstehung einer Insel im Integrationsgebiet. Damit erhält man ein mehrfach zusammenhängendes Gebiet, dessen Bearbeitung zusätzlichen Aufwand erfordert (McWILLIAMS, 1977), auf den hier verzichtet wird.

Die weiteren Randbedingungen für Ψ an den vertikalen Berandungen lauten:

$$(3.13) \quad \Psi_z = 0 \quad \text{für } z = 0, -H .$$

Zusätzlich kann an der oberen Begrenzung des quasigeostrophischen Regimes noch eine 'Oberflächendichte' vorgegeben werden. In der Stromfunktionsformulierung ausgedrückt bedeutet dies, daß eine aufgezwungene Stromfunktionsscherung am obersten Level mitberücksichtigt wird. Dies setzt natürlich eine Reibungskopplung an das Innere des Ozeans (mittels vertikalem Austausch) voraus, so daß für die Randbedingung gilt

$$(3.14) \quad \Psi_z = -(g/f_0)\rho_S .$$

Auf den betrachteten Skalen führt diese Randbedingung bei realistischer Vorgabe einer Oberflächendichte jedoch lediglich zu geringfügigen Modifikationen der internen Felder.

3.2 Die Horizontalabhängigkeit in Spektraldarstellung

Nach dieser Darstellung einer Vertikaldiskretisierung ergibt sich die Frage nach einer angemessenen Behandlung der horizontalen Felder.

Die Prozeßstudien sind sowohl auf lineare Wellendynamik als auch auf stark nichtlineare Advektionsprozesse ausgerichtet. Beide Prozesse sollten gleichermaßen gut repräsentiert werden.

Bei den Wellenvorgängen spielen Phasenfehler die dominierende Rolle. Fehler in Größe und Richtung der Phasenausbreitung und auch Energieausbreitung mit der Gruppengeschwindigkeit sind teilweise erheblich und können die resultierenden Felder wesentlich verfälschen (GROTJAHN, 1977). Insbesondere muß die $2-\Delta x$ -Rossby-Welle aufgrund ihrer Stationarität gedämpft werden. Ziel der Spektralentwicklung ist gleichermaßen auch, die aus numerischen Gründen benötigte explizite Reibung möglichst klein zu halten. Über die Stabilität, Effizienz und Genauigkeit von unterschiedlichen Horizontaldiskretisierungen informiert die Arbeit von HAIDVOGEL et al. (1980).

Um in einem numerischen Modell derartige Phasenfehler weitgehend zu unterdrücken, kann man statt finiter Differenzen auf ein kontinuierliches Funktionensystem zurückgreifen, das lediglich an ausgewählten Stützstellen betrachtet wird.

Ein weiterer Gesichtspunkt betrifft die Randbedingungen: ein 'offenes' Modellgebiet ist überall dort sinnvoll, wo sich das Medium über das betrachtete Integrationsgebiet hinaus erstreckt.

Als grundlegende Forderung an die Randbedingungen offener Gebiete sollen Wellenausbreitung und Advektionsvorgänge unbeeinflusst bleiben. Gleichermaßen ist numerische Stabilität, adäquate Genauigkeit und akzeptabler numerischer Aufwand wichtig. Insbesondere dürfen keine nennenswerten Fehler vom Rand her in das Gebiet induziert werden. Eine zusammenfassende Darstellung offener Randbedingungen geben RØED & COOPER (1986). Eine aufwendige Ausstrahlungsbedingung für alle im System enthaltenen Wellen ist danach vom Rechenaufwand nur selten praktikabel.

Beschränkt man sich hingegen auf die Betrachtung von Phänomenen, die hinreichend weit von den numerischen Rändern entfernt sind, so bieten sich auch alternative Möglichkeiten an:

Feste Ränder im Norden und Süden (in einem Kanal-Modell) oder auch an allen horizontalen Rändern (als geschlossenes Becken) mit 'free-slip'- oder 'no-slip'-Bedingungen können sinnvollerweise in einem Spektralmodell nur mit einer Tschebyscheff-Entwicklung behandelt werden (WÜBBER, 1986). Eine reine Fourier-Sinus-Entwicklung beinhaltet aufgrund der nicht gleichmäßigen Konvergenz der Entwicklungskoeffizienten gewisse konzeptionelle Probleme (BÖNING, 1985).

Darüber hinaus kann man für ein offenes Modellgebiet unter Umgehung vieler Schwierigkeiten bei der Formulierung und Berechnung der Randbedingungen die Periodizität an allen horizontalen Rändern fordern. Dazu müssen die physikalischen Variablen des Systems periodisch sein. In einem quasigeostrophischen Modell, das mit der Stromfunktion als Basisgröße arbeitet, ergeben sich Probleme durch die Einbeziehung einer mittleren Strömung. HUA (1986) wählt eine Fourier-Sinus-Entwicklung. Stattdessen soll hier der lineare Trend der Stromfunktion abgespalten und gesondert behandelt werden.

Obwohl diese Abspaltung zunächst rein rechentechnisch begründet erscheint, beinhaltet sie jedoch sehr wohl einen physikalischen Hintergrund. Der Ansatz für die Stromfunktion lautet damit:

$$(3.15) \quad \Psi(x, y, z, t) = -u_0(z) \cdot y + \Psi'(x, y, z, t) = \Psi_0(z) + \Psi'(x, y, z, t) ,$$

so daß die modifizierten quasigeostrophischen Gleichungen für die zeitabhängigen Fourierentwicklungskoeffizienten lediglich um einen mittleren Advektionsterm in den nichtlinearen Gleichungen erweitert werden müssen. Dabei wird der meridionalintegrierte Anteil der Stromfunktion als ein mittleres Zonaltransportprofil $u_0(z)$ gesondert betrachtet.

Aufgrund dieser Abspaltung des Mittelwertes und des linearen Trends in meridionaler Richtung wird für das quasigeostrophische Wellenfeld rechentechnisch eine Spektralentwicklung ermöglicht, deren Grundfunktionen physikalisch als Rossby-Wellen anzusehen sind. Die Wechselwirkungen zwischen den beiden Strömungsanteilen verdienen gesonderte Betrachtung (Abschnitt 3.5).

Der Fourierreihenansatz lautet:

$$(3.16) \quad \Psi'(x, y, z, t) = \sum_{-N}^N \hat{\Psi}(k, l, z, t) e^{i(kx + ly - \omega t)}$$

mit komplexen Koeffizienten $\hat{\Psi}(k, l, z, t)$ für die Stromfunktion und analog für die Vertikalgeschwindigkeit. Das Prinzip dieser Abspaltung ist in Abb. 3-2 für eine ostwärtige Grundströmung dargestellt.

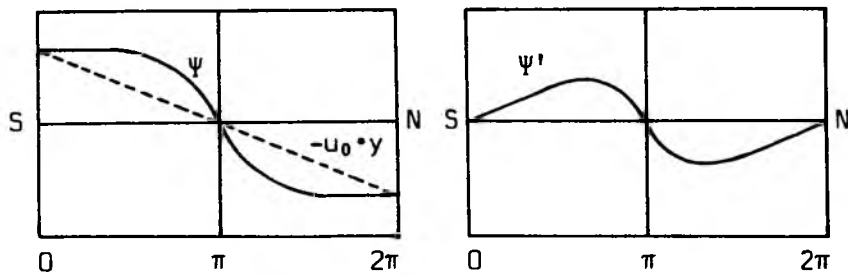


Abb. 3-2 Prinzipdarstellung der Abspaltung des linearen Trends an einem Stromfunktionsniveau für einen Nord-Süd-Gradienten in einem Spektralmodell.

Die Gleichungen (2.16) und (2.17) für die Stromfunktion im physikalischen Raum werden damit zu den folgenden Gleichungen für die zeitabhängigen Spektralkoeffizienten:

$$(3.17) \quad \nabla^2 \hat{\Psi}_t + \beta \hat{\Psi}_x + J(\Psi_0 + \hat{\Psi}, \nabla^2 \hat{\Psi}) - f_0 \hat{w}_z = \nabla \times \underline{\hat{R}}$$

$$(3.18) \quad \nabla^2 \hat{w} + (f_0/N)^2 \hat{w}_{zz} = f_0/(N^2) (\beta \hat{\Psi}_{xz} + J(\Psi_0 + \hat{\Psi}, \nabla^2 \hat{\Psi})_z - \nabla^2 J(\Psi_0 + \hat{\Psi}, \Psi_{0z} + \hat{\Psi}_z) - \nabla \times \underline{\hat{R}}_z) .$$

Die Spektraldarstellung hat den Vorteil, daß lineare Wellenvorgänge optimal repräsentiert werden (MACHENHAUER, 1979). In einem nichtlinearen Modell jedoch vergrößert sich der numerische Aufwand durch die Faltungsterme erheblich.

Dieser Nachteil kann reduziert werden, indem man die sogenannte 'Pseudospektral-Methode' (MERILEES & ORSZAG, 1979) benutzt, bei der die nichtlinearen Terme auf dem physikalischen Gitter berechnet und die

Transformationen zwischen Zeit- und Spektralbereich mittels FFT-Prozeduren ökonomisch durchgeführt werden. Ableitungen werden jedoch grundsätzlich im Spektralbereich mit hoher Genauigkeit berechnet.

Bei der Berechnung nichtlinearer Terme muß insbesondere darauf geachtet werden, daß wichtige integrale Erhaltungseigenschaften der analytischen Gleichungen auch für den diskreten Fall gewahrt bleiben (siehe Abschnitt 2.3). Dazu gehören neben der quasigeostrophischen Vorticity die Gesamtenergie, die Gesamtstrophie, (in eingeschränktem Maße auch) die Symmetrie und die Gesamtmasse. Ob das der Fall ist, hängt entscheidend von der Formulierung des Jacobi-Operators ab. Die Eigenschaften des analytischen Operators werden, wie anhand eines allgemeinen Jacobi-Operators dargestellt, von folgenden Formulierungen erhalten:

$$\begin{aligned}
 (3.19a) \quad J_1 &= -A_y B_x + A_x B_y && \text{symmetrie-erhaltend } J(A,B) = -J(B,A) \\
 (3.19b) \quad J_2 &= -(A_y B)_x + (A_x B)_y && A^2\text{- und } (\nabla A)^2\text{-erhaltend} \\
 (3.19c) \quad J_3 &= -(AB_x)_y + (AB_y)_x && B^2\text{- und } (\nabla B)^2\text{-erhaltend} .
 \end{aligned}$$

Nach ARAKAWA (1966) sichert nur die Berechnung aller drei Formen und anschließende Mittelung, daß alle drei Eigenschaften erhalten werden. Das bedeutet für die nichtlinearen Terme der Vorticity-Gleichung, daß J_2 energie-erhaltend und J_3 enstrophie-erhaltend ist. Für die nichtlineare Dichteadektion findet man analog, daß der zweite Term die Erhaltung der kinetischen Energie und der dritte Term die Erhaltung der potentiellen Energie (des Quadrats der Dichteabweichung vom mittleren Referenzprofil) garantiert. Aus der energetischen Konsistenzforderung müßte also die Berechnung mindestens zweier Terme folgen.

Darüber hinaus wurde schon auf die Problematik der Massenerhaltung in quasigeostrophischen Modellen hingewiesen. Die Beschränkung auf ein zeitlich unveränderliches mittleres Dichteprofil kann bei nichtverschwindender mittlerer Vertikalgeschwindigkeit einen Massendefekt verursachen. Im vorliegenden Fall des pseudospektralen Formalismus ist Massenerhaltung für die Operatoren J_2 und J_3 gewährleistet, wie man sich leicht überlegt, da bei deren Anwendung der Mittelwert aus den nichtlinearen Termen verschwindet und somit keine mittlere Vertikalgeschwindigkeit produziert wird. Damit wäre der Forderung (2.28) genüge geleistet.

Wichtig in diesem Zusammenhang ist, daß die Darstellung des β -Terms in der Form (3.17) und (3.18) zwar lokal korrekt ist, jedoch die globale Energiebalance verletzt (HAIDVOGEL, 1977). Die alternative Möglichkeit der Berechnung dieses Terms als Teil der quasigeostrophischen potentiellen Vorticity (2.19) in den nichtlinearen Termen liefert zwar die gewünschte globale energetische Konsistenz, ohne jedoch lokale Äquivalenz mit dem Term $\beta \Psi_x$ zu gewährleisten. Darüber hinaus bewirkt die Diskontinuität im β -Term in der Darstellung (2.19) die Möglichkeit einer rein numerischen Fehlerquelle in einem Spektralmodell, da Periodizität der quasigeostrophischen potentiellen Vorticity q in meridionaler Richtung nicht vorliegt.

In numerischer Hinsicht erweist sich eine Wahl von J_2 für die Vorticity-Gleichung sowie die Verwendung von J_1 für die Dichtegleichung als vorteilhaft. Darüber hinaus würde eine Berechnung aller drei Formen den Rechenzeitbedarf um etwa 80% vergrößern und darüber hinaus zusätzlichen Speicherplatz benötigen.

Im hier entwickelten Modell werden als Konsequenz der obigen Überlegungen die nichtlinearen Terme der Vorticity-Gleichung mit dem energie-erhaltenden Operator berechnet, die nichtlinearen Terme der diagnostischen Gleichung mit der symmetrie-erhaltenden Form. Dennoch wurden Testrechnungen durchgeführt (mit einer vertikalintegrierten Version des Modells); diese ergaben, daß der Einfluß der Verletzung der Enstrophie-Erhaltung auf die Struktur von Instabilitätsprozessen gering ist.

Zur Energie-Erhaltung der vertikalen Randbedingungen muß hier beachtet werden, daß das Integral

$$(3.20) \quad \iint (w_b \Psi)|_{-H} dx dy$$

verschwindet. Mit der Definition für die Bodenvertikalgeschwindigkeit folgt, daß

$$(3.21) \quad \iint \Psi J(\Psi, \eta) dx dy = \iint \frac{1}{2} J(\Psi^2, \eta) dx dy = 0 ,$$

was in der Spektraldarstellung für die Operatoren J_2 und J_3 automatisch erfüllt ist. Für die Berechnung der Vertikalgeschwindigkeit am Boden wurde daher J_2 (energie-erhaltend) gewählt.

3.3 Die zeitliche Integration

Die zeitliche Integration wird mittels zentraler Differenzen verwirklicht ('leap-frog'-Verfahren). Dabei wurden zur Verhinderung numerischer Instabilität die Reibungsterme als Vorwärtsdifferenzen formuliert. Ursprünglich war geplant, durch die Einführung eines zwischengeschalteten Vorwärtsschrittes oder einer Gleichsetzung aller drei beteiligten Zeitlevel ('restart') ein Auseinanderdriften der geraden und ungeraden Zeitniveaus zu verhindern (d.h. den aus dem 'leap-frog'-System entstehenden 'computational mode' zu eliminieren). Es zeigt sich aber, daß dieses Vorgehen nicht nötig ist (im Gegenteil sogar unerwünschte Effekte hervorruft), was offensichtlich an der starken nichtlinearen Kopplung im Modell liegt. Abb. 3-3 zeigt das Verhalten der Gesamtenergie in der Anfangsphase der Integration. Die Oszillationen durch den nicht angepaßten Anfangszustand verschwinden ohne Vorwärtsschritte nach wenigen Tagen; darüber hinaus kann durch ungünstige Wahl der Vorwärtsschritt-Intervalle sogar ein künstlicher Energieverlust auftreten.

Der Fehler durch die Approximation der Zeitableitung bis zur 2. Ordnung ist verglichen mit den aus der vertikalen Diskretisierung resultierenden vernachlässigbar gering. Der zu verwendende Zeitschritt muß in erster Linie dem CFL-Kriterium genügen, das heißt für eine maximale Advektionsgeschwindigkeit von 0.5 m/s und einen Gitterpunktabstand von 10 km ein maximaler Wert von 14000 s. Die starke Nichtlinearität reduziert den maximal möglichen Zeitschritt um den Faktor 3 auf etwa 1.5 Stunden.

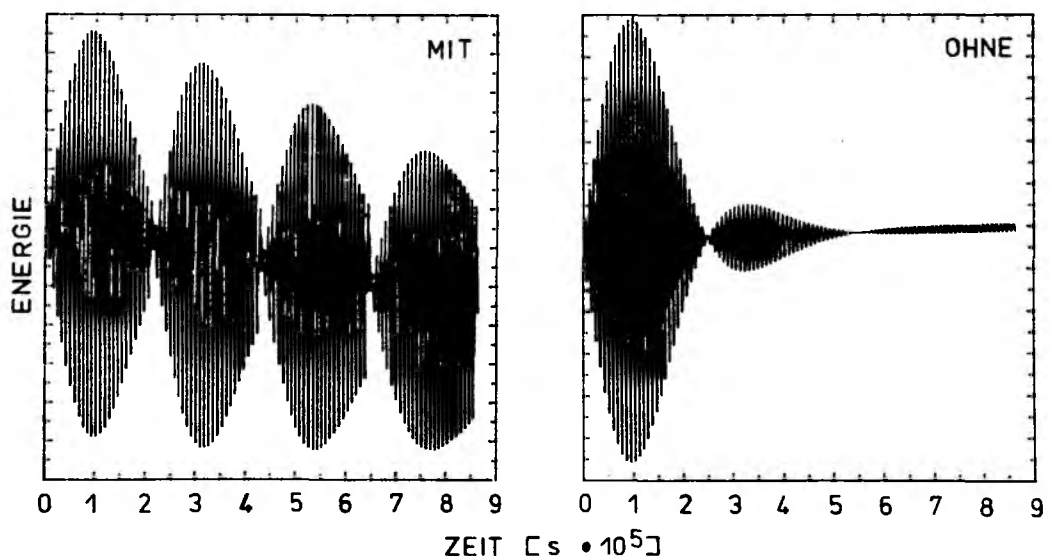


Abb. 3-3 Zeitreihe der Gesamtenergie in der Anfangsphase der Integration: (a) mit; (b) ohne zwischengeschaltete Vorwärtsschritte.

3.4 Die Parametrisierung subskaliger Prozesse

Wie schon in der Einführung zu diesem Kapitel erwähnt, gibt es in jedem numerischen Modell Prozesse, die vom verwendeten Gitter nicht oder nur unvollständig aufgelöst werden. Diese subskaligen Prozesse müssen durch die Wahl einer geeigneten Parametrisierung dargestellt werden. Handelt es sich dabei um energiereiche Prozesse, wie etwa die Wirbelaktivität in einem allgemeinen Zirkulationsmodell, so ist dies problematisch.

Die Reibung stellt also in einem numerischen Modell einen wichtigen Punkt dar. Einerseits ist aufgrund der numerischen Ungenauigkeit immer eine gewisse Reibung nötig, andererseits verfolgt man mit unterschiedlichen Reibungsansätzen auch immer eine physikalische Vorstellung von der Wirkung nicht aufgelöster (= subskaliger) Prozesse im Modell. Für quasigeostrophische Modelle stehen im wesentlichen zwei Konzepte bereit: der horizontale Austausch (eine vorticity-proportionale Reibung mit einem räumlich konstanten Koeffizienten A_h oder auch eine entsprechende biharmonische Reibung) und der vertikale Austausch (eine geschwindigkeitsproportionale Dissipation mit einem vertikal variablen Koeffizienten $A_v(z)$).

$$(3.22) \quad \nabla \times \underline{R} = A_h \nabla^4 \Psi - A^* \nabla^6 \Psi + (A_v (\nabla^2 \Psi)_z)_z$$

Im vorliegenden Spektralmodell sind die Rechenfehler gering, so daß auf eine numerisch begründete Reibung verzichtet werden kann.

Hingegen bedingen die nichtlinearen Wechselwirkungen, daß Aliasingfehler auftreten, die ihrerseits durch einen geeigneten Reibungsansatz geglättet werden müssen. Dazu eignet sich die biharmonische Reibung in ζ am besten, da sie lediglich am hohen Ende des Spektrums wirkt und alle anderen Skalen unbeeinflusst läßt.

Der verwendete Reibungsparameter von $A^* = 2 \cdot 10^9 \text{ m}^4/\text{s}$ entspricht einem Austauschkoeffizienten von $A_h = 50 \text{ m}^2/\text{s}$ für die 40-km-Welle und ist damit weit unterhalb eines Wertes, durch den die Energieflüsse auf den dominanten Skalen negativ beeinflußt werden könnten. Für die typischen Skalen aus Kapitel 2 ergibt sich eine Größenordnung der Reibungsterme von etwa 2 % des β -Terms, d.h. erst auf Skalen von etwa 10 km erreicht die Reibung die Größenordnung des β -Terms (dem ohnehin kleinsten Term der Vorticity-Balance auf diesen Skalen).

Ein vertikaler Impulsaustausch im Modell ist numerisch nicht notwendig, solange das Verhältnis der Schichtdicken zueinander nicht zu extrem wird: die Anzahl der Schichten und ihre durchschnittliche Dicke muß in einem vernünftigen Verhältnis zu der horizontalen Auflösung sowie dem Verhältnis aus lokalem Coriolisparameter und mittlerer Stabilitätsfrequenz stehen.

Die vertikale Impulsdiffusion ist lediglich durch eine Delta-Funktion an der Unterseite der durchmischten Deckschicht implementiert, um die Ankopplung einer 'Oberflächendichte' zu ermöglichen.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß subskalige Prozesse eine so geringe Rolle spielen, daß auch eine physikalisch begründete Parametrisierung nicht notwendig ist. Das eröffnet die Möglichkeit, Anhaltspunkte für eine geeignete Parametrisierung mesoskaliger Aktivität auf Skalen von 40 - 1000 km zu finden.

3.5 Das Multi-Level-Spektral-Modell

Das System (3.7a,b) wird durch Hinzunahme von weiteren internen Anteilen zu einem Multi-Level-Modell erweitert. Für mittlere Breiten mit typischer Schichtung des Nordostatlantiks und der Gitterauflösung von 10 km ergibt sich aus der Forderung, daß die 'diskrete' Burger-Zahl die Größenordnung 1 besitzen soll

$$(3.23) \quad \Delta z = (f_0/N)\Delta x ,$$

eine typische Vertikalskala Δz von 400 m. Bei einer Wassertiefe von etwa 4000 m erscheinen also 8 - 10 Schichten angemessen, höhere vertikale Auflösung bedeutet, daß nicht alle vertikalen Prozesse im Modell auf die Horizontale abgebildet werden können und somit eine vergrößerte horizontale Reibung oder auch die Einführung einer vertikalen Dissipation notwendig wird. Um auf diesen zusätzlichen Effekt verzichten zu können, wird daher die maximale Anzahl von Schichten auf 9 begrenzt.

Obwohl für Instabilitätsstudien insbesondere mit hoher vertikaler Auflösung aus ökonomischen Gründen nicht geeignet, beinhalten vertikale Moden dennoch einige fundamentale Charakteristika der Vertikalstruktur, die hier von Bedeutung sind: dazu gehören einerseits das Verhältnis aus Oberflächenamplitude zu Bodenamplitude, andererseits die Tiefenlage der Nulldurchgänge, wo dem Modenkonzept zufolge die Maxima der Vertikalgeschwindigkeiten der jeweiligen Mode zu finden sind (siehe Abb. 3-1). Daher erscheint bei einer Level-Diskretisierung wie oben beschrieben die Wahl der vertikalen Stützstellen für w und N^2 gemäß den Nullstellen der entsprechenden Eigenfunktion sinnvoll. Für ein Modell mit M Leveln liefert die $(M-1)$ -te barokline Mode die Schichtgrenzen.

Obwohl in die QG-Gleichungen lediglich das N^2 eingeht, so erweist es sich doch als günstiger, das vorgegebene Dichteprofil zu diskretisieren. Die Bezeichnungen im Modell sind aus Abb. 3-4 zu entnehmen.

Die Auswirkungen dieser Art der Diskretisierung gegenüber der üblichen (recht schematisch auf Vielfachen von 100 m basierenden) werden in Kapitel 4 genauer untersucht. Hier nur zunächst der Hinweis, daß die Ergebnisse nicht unbedeutende Unterschiede aufweisen.

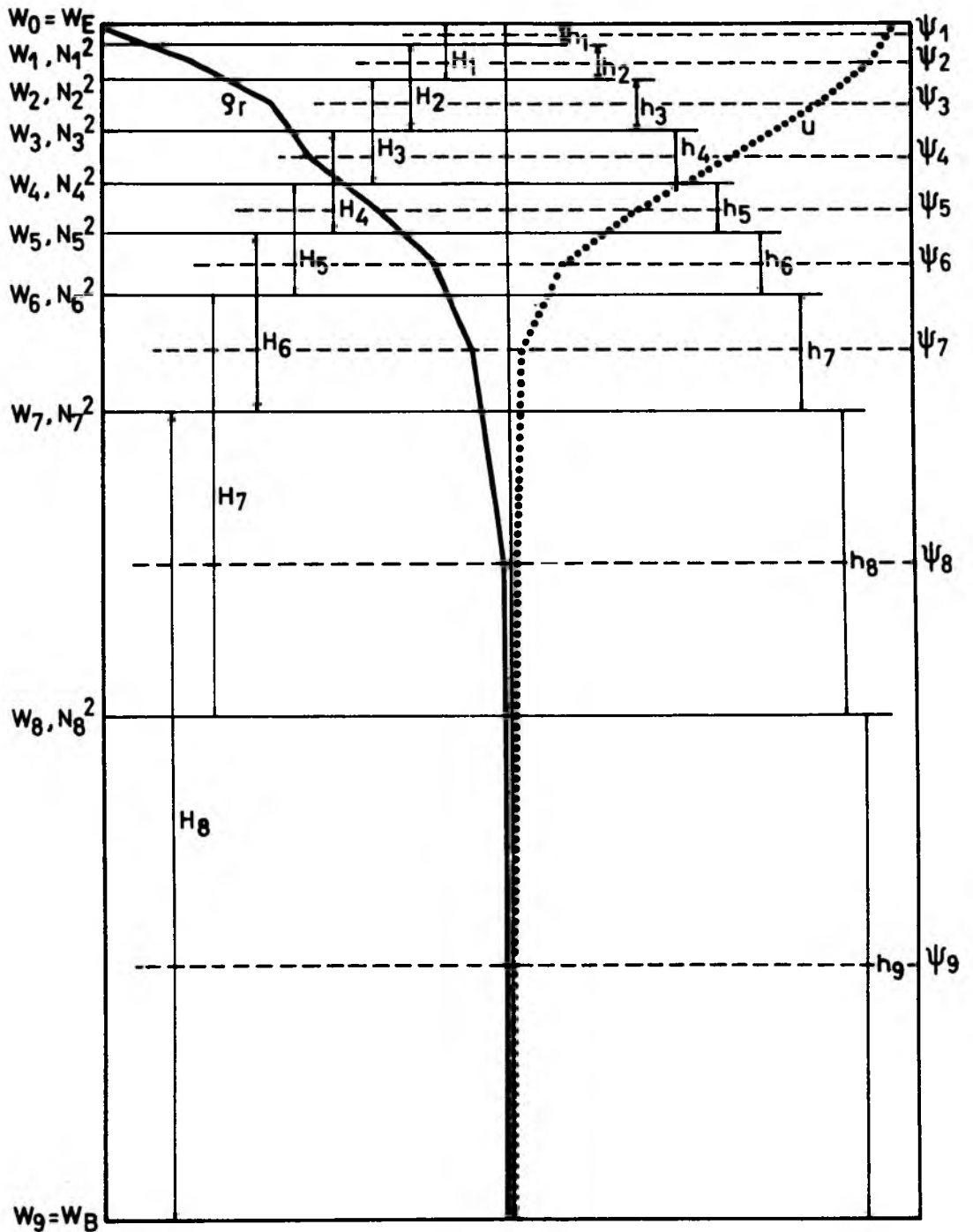


Abb. 3-4 Vertikaldiskretisierung im Multi-Level-Modell sowie die Abstufung von Referenzdichteprofil und Strömungsprofil. Die Schichtdicken werden mit h_i bezeichnet, die Summen zweier aufeinanderfolgender Schichten mit H_i . Die Stromfunktionsniveaus liegen im Zentrum der Schichten, die durch die Niveaus der Vertikalgeschwindigkeit und Stabilitätsfrequenz voneinander getrennt werden. Die Wahl der Tiefenniveaus erfolgt gemäß der achten Eigenfunktion der Dichteschichtung.

Die diagnostische Gleichung für die Vertikalgeschwindigkeit (3.18) stellt eine dreidimensionale Poissongleichung dar, die für ein Gitterpunktmodell mittels iterativen Methoden gelöst werden muß. Durch die Spektralformulierung in der Horizontalen werden Differentialgleichungen zu algebraischen Gleichungen und das Problem reduziert sich auf die Lösung eines linearen Gleichungssystems in der Vertikalen, da der Laplace-Operator analytisch invertiert werden kann.

Zur Berechnung der Vertikalgeschwindigkeit muß eine $(M+1) \times (M+1)$ -Tridiagonalmatrix für jede Wellenzahlkombination gesondert invertiert werden. Die Diagonalelemente sind (abgesehen vom Ekman- und Bodengeschwindigkeitsterm) Summen aus dem horizontalen Laplace-Operator und den inversen Rossby-Radien, die Nebendiagonalelemente entsprechen den lokalen Rossby-Radien des Level-Modells. Die Elemente der Tridiagonal-Matrix für das lineare Gleichungssystem finden sich in Anhang A1. Die Dominanz der Diagonalelemente ist prinzipiell gewährleistet. Für identische Koppelungsparameter γ_i folgt darüber hinaus die Gleichheit der Diagonalelemente.

Von der Energieerhaltung bei der Berechnung der nichtlinearen Terme wurde schon ausführlich gesprochen. Doch auch die vertikale Diskretisierung stellt besondere Anforderungen an eine energie-erhaltende Formulierung. Für ein baroklines Modell muß bei der Berechnung der nichtlinearen Terme darauf geachtet werden, daß es sich konzeptionell um ein Box-Modell in der Vertikalen handelt. Man hat also die nichtlinearen Terme der Dichtegleichung an den Schichtgrenzen, die nichtlinearen Terme der Vorticitygleichung dazwischen zu berechnen.

Im vorliegenden Modell mit seiner speziellen Behandlung der mittleren Strömung tritt darüber hinaus ein weiterer Effekt auf: die Abspaltung der mittleren Zonalströmung (Abb. 3-2) muß in jedem Tiefenniveau gesondert vorgenommen werden, damit in jeder Tiefe die Periodizitätsforderung erfüllt ist. Daraus resultiert ein mittleres Zonaltransportprofil.

Die kinetische Energie der mittleren Zonalströmung u_0 ist Teil der gesamten Energiebalance. Während jedoch im vertikalintegrierten Modell kein Energie-Transfer zwischen dem mesoskaligen und dem mittleren Anteil der kinetischen Energie stattfindet, gilt im baroklinen Fall (z.B. HOLTON, 1979; HALTINER & WILLIAMS, 1980) in jeder Tiefe:

$$(3.24a) \quad d/dt (\overline{E'}) = f_0 \iint \Psi' w_z' dx dy$$

$$(3.24b) \quad d/dt (\overline{P'}) = f_0 \iint w' \Psi_z' dx dy + u_{0z} (f_0/N)^2 \iint \Psi_x' \Psi_z' dx dy$$

Der mittlere Zonaltransport stellt somit eine Quelle für potentielle Energie dar. In der quasigeostrophischen Approximation gibt es jedoch keine Gleichung für die explizite Zeitabhängigkeit der mittleren ungescherten Strömung: sie bliebe konstant und würde ein 'unerschöpfliches' Reservoir an Energie darstellen. Daher wird die Energie der mittleren Strömung gemäß dem Zuwachs in den Störungen reduziert:

$$(3.24c) \quad d/dt (\overline{E_0}) = d/dt \frac{1}{2} (\overline{(\nabla \Psi_0)^2}) = 0$$

$$(3.24d) \quad d/dt (\overline{P_0}) = d/dt \frac{1}{2} (\overline{(f_0 \Psi_{0z}/N)^2}) = - u_{0z} (f_0/N)^2 \iint \Psi_x' \Psi_z' dx dy .$$

Damit erhält man M-1 weitere Gleichungen für die Änderung der vertikalen Scherung der mittleren Zonalgeschwindigkeit. Diese Maßnahme entspricht einer Reduktion des mittleren meridionalen Dichtegradienten.

Die Schließung des Problems erfolgt entweder mittels der Forderung, daß die kinetische Energie des mittleren Zustands konstant ist oder daß der Transport durch das Gebiet unverändert bleibt. Die zweite Annahme erscheint begründeter. Es erfolgt also eine Umverteilung innerhalb des Profils der mittleren Zonalströmung aufgrund der Forderung nach Transporterhaltung. Da es, wie schon erwähnt, keine prognostische Gleichung für nicht rotationsbehaftete Anteile der Strömung gibt, kann man keine konzeptionelle Geschlossenheit erwarten.

Eine kurze Darstellung der Prozedur der numerischen Integration des Multi-Level-Spektral-Modells soll die Modellbeschreibung abschließen.

Ausgehend von einem idealisierten oder gemessenen (und mittels objektiver Analyse aufbereiteten) Anfangszustand wird die quasigeostrophische Vorticity-Gleichung als prognostische Gleichung für die Stromfunktion benutzt; zuvor wird das Feld der Vertikalgeschwindigkeiten diagnostisch aus dem Anfangszustand bestimmt:

- Vorgabe der Stromfunktionsfelder
- Vorgabe der Ekman-Vertikalgeschwindigkeit
- Berechnung der Vertikalgeschwindigkeit am Boden
- Bestimmung der internen und externen Variablen
- Berechnung der Vorticityadvektionsterme
- Berechnung der Dichteadvektionsterme
- Bestimmung der internen Vertikalgeschwindigkeiten
aus der diagnostischen Relation
- Zeitintegration der Vorticity-Gleichung für die internen Anteile
- Zeitintegration der Vorticity-Gleichung für den externen Anteil
- Bestimmung der Level-Variablen

Typische Modell-Parameter sind 10 km Gitterpunktabstand und ein Zeitschritt von 4320 sec (1/20 Tag); bei einer maximalen Integrationszeitspanne von 60 Tagen benötigt man 1200 Zeitschritte. In der Grundversion (ohne externe Anregung und Topographie) ergibt sich für ein Modell mit $64 \cdot 64$ Punkten und 9 Tiefenniveaus auf der CRAY-XMP ein Rechenzeitbedarf von 720 Sekunden CPU. Die benötigte Rechenzeit auf diesem Vektorrechner wächst annähernd proportional zu $(2 \cdot M - 1)^{0.9} \cdot N^{1.8}$.

Im Hinblick auf mögliche numerische Instabilität erscheint interessant, daß trotz der starken Nichtlinearität der relative (durch Maximalgeschwindigkeit und Gitterdistanz normierte) Zeitschritt $u_{\max} \Delta t / \Delta x = 0.2$ ein Viertel des für lineare Vorgänge abgeleiteten CFL-Kriteriums von $1/\sqrt{2}$ betragen kann.

Die Effizienz des QG-Modells gegenüber einem PE-Gitterpunkt-Modell ist aufgrund der Spektralentwicklung reduziert. Die wesentlich größere Genauigkeit rechtfertigt jedoch den höheren Rechenzeitaufwand pro Gitterpunkt und Zeitschritt.

3.6 Die numerische Behandlung zusätzlicher Prozesse

Die Advektion der relativen Vorticity und der Dichte im Modell hat unmittelbare dynamische Auswirkungen. Passive Beimengungen (Tracer) hingegen haben keinerlei Einfluß auf die Strömungsverhältnisse. Häufig ist man an der Ausbreitung von Tracern (radioaktive Spurenstoffe oder Nährstoffe und Sauerstoff) interessiert; ebenso kann die Deckschichttemperatur in guter Näherung als eine durch die internen Bewegungsabläufe passiv advehierte skalare Größe angesehen werden.

Die zu betrachtende Advektionsgleichung

$$(3.25) \quad T_t + J(\Psi, T) = A_T \nabla^2 T$$

mit $u, v = u, v(x, y, t)$ wird für negative Advektionsgeschwindigkeiten mittels einer Rückwärts-Differenz, für positive mittels einer Vorwärts-Differenz angenähert. Durch Umformung erhält man ein Schema anhand dessen die implizite Diffusion des 'upstream'-Verfahrens deutlich wird:

$$(3.26) \quad T_t + J(\Psi, T) = A_x T_{xx} + A_y T_{yy} + A_T \nabla^2 T,$$

so daß man geschwindigkeitsproportionale und damit ortsabhängige implizite Reibungsterme erhält:

$$A_x(x, y, t) = |u| \Delta x / 2; \quad A_y(x, y, t) = |v| \Delta x / 2.$$

Für konstante Geschwindigkeiten ist dieses Schema stabil, solange der verwendete Zeitschritt das CFL-Kriterium um den Faktor 2 unterschreitet.

Im vorliegenden Fall ergibt sich bei einem Gitterpunktabstand von 10 km und einer auftretenden Maximalgeschwindigkeit von etwa 50 cm/s ein Austauschparameter von fast 2000 m²/s. Das erscheint gemessen an Vorstellungen von physikalisch begründeter Reibung auf diesen Skalen sehr hoch; man versucht daher das Verfahren zu modifizieren. Als Ausweg bieten sich einerseits hochgradig nichtlineare Flußkorrekturverfahren an. Andererseits hat SMOLARKIEWICZ (1983) ein Verfahren vorgestellt, mit dem die implizite Diffusion des 'upstream'-Verfahrens mit Hilfe einer 'antidiffusiven' Advektionsgeschwindigkeit verringert wird. Testläufe

mit diesem Verfahren für positiv definite Tracerfelder zeigen für den hier auftretenden Fall einer zeitlich stark schwankenden Geschwindigkeitsverteilung kaum Vorteile gegenüber dem 'upstream'-Verfahren selbst.

Neben dem 'upstream'-Verfahren erster Ordnung kann man die Taylor-Reihenentwicklung trotz Beschränkung auf zeitliche Vorwärtsintegration bis zur zweiten Ordnung in der räumlichen wie auch zeitlichen Dimension durchführen. Interessanterweise erhält man damit unter Vernachlässigung der gemischten Ableitungen sowie der Ortsabhängigkeit der Strömung ein nur geringfügig modifiziertes Schema, in dem ebenfalls ein explizit identifizierbarer Reibungsterm auftritt

$$(3.27) \quad T_t + J(\Psi, T) = u^2 \Delta t / 2 \, T_{xx} + v^2 \Delta t / 2 \, T_{yy} + A_T \nabla^2 T .$$

Dieses Schema wird mit einem 'time-splitting'-Verfahren für die einzelnen Richtungen berechnet. Abb. 3-5 zeigt ein Beispiel für die Advektion eines meridional linear ansteigenden Tracerfeldes in einem zeitunabhängigen Doppelwirbelfeld. Die Diffusivität ist stark vermindert, das noch auftretende Überschwingen wird durch einen expliziten Reibungsterm reduziert, der einen Austauschkoeffizienten von $100 \text{ m}^2/\text{s}$ beinhaltet.

Es führt bei typischen Modellwerten (insbesondere einem Zeitschritt von 4320 sec) zu maximalen Werten von $500 \text{ m}^2/\text{s}$, also etwa einem Viertel der 'upstream'-Werte. Dieses Verfahren scheint immer dann gerechtfertigt, wenn die zeitliche Variation der Strömung groß ist.

Daß dieses modifizierte Schema für alle Zeitschritte, die dem CFL-Kriterium entsprechen, stabil ist (und darüber hinaus sogar von höherer Ordnung), ist mit der Fouriermethode leicht nachzuvollziehen.

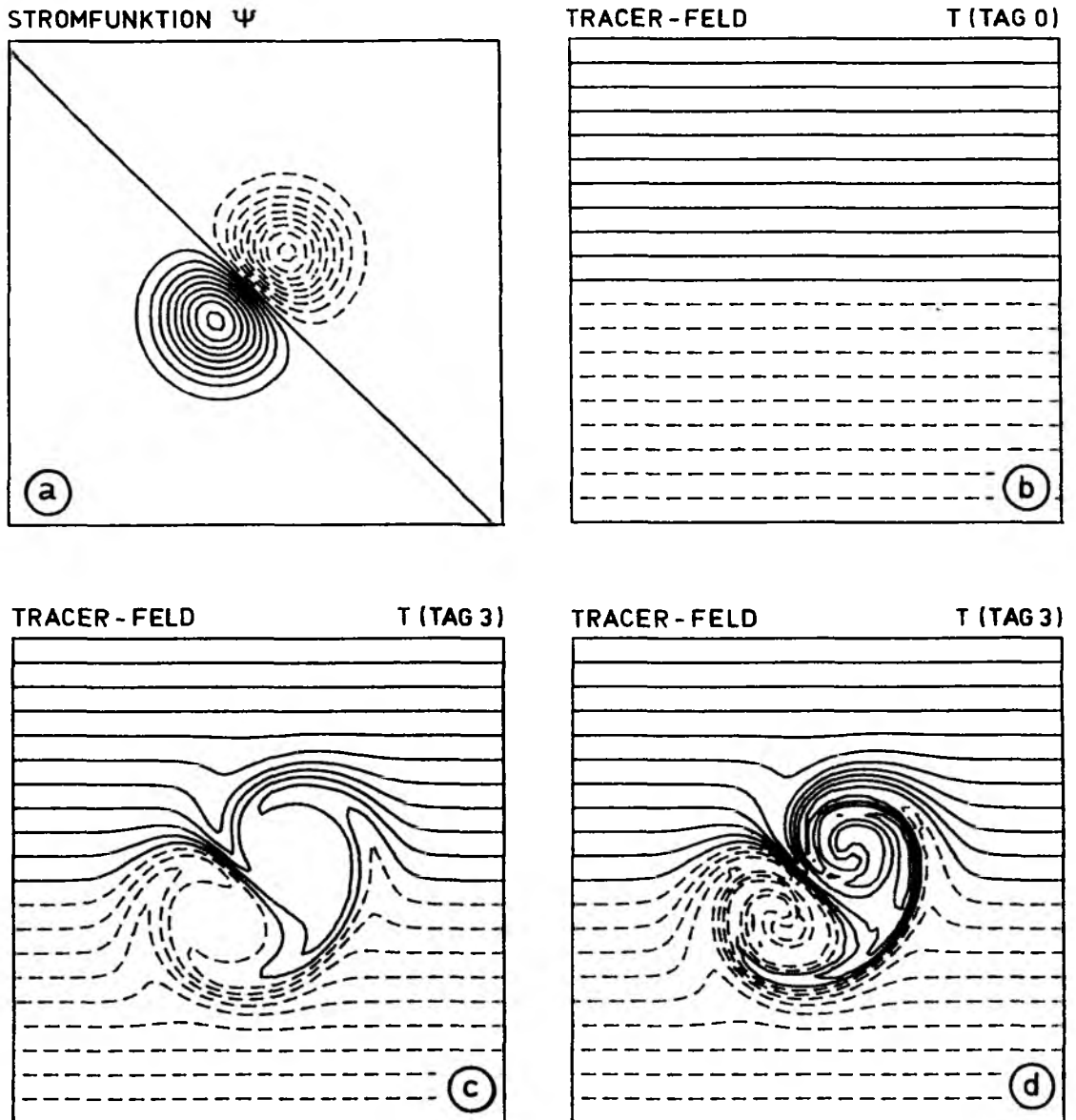


Abb. 3-5 Testlauf für das modifizierte Advektionsschema.

(a) stationärer Doppelwirbel; die maximale Geschwindigkeit beträgt 50 cm/sec. Das Gebiet umfaßt 640•640 km;

(b) der rein meridionale Gradient des Ausgangstracerfelds,

(c) die 'upstream'-Lösung mit großer impliziter Diffusion,

(d) das modifizierte Schema mit schärferen Fronten und deutlichem Aufdrehen der Tracerfäden.

Die Berechnung einzelner Partikeltrajektorien in einem Level-Modell sollte auf die horizontale Bewegung beschränkt bleiben, da sich für die Vertikaladvektion durch die Interpolation zu große Fehler ergeben. Für die zeitliche Integration der horizontalen Partikelbahnen wurde ein einfaches Vorwärtsschrittverfahren gewählt. Dabei ergeben sich die lokalen Geschwindigkeitskomponenten nicht durch Interpolation, sondern können aufgrund der horizontalen Spektralentwicklung direkt an den jeweiligen Positionen ausgewertet werden. Der verwendete Zeitschritt von 4320 Sekunden bedingt eine Horizontalversetzung des Drifters um maximal 2000 m pro Zeitschritt, also ein Fünftel der Gitterweite, so daß auf ein Verfahren höherer Ordnung in der Zeit verzichtet werden kann. Prinzipiell ermöglicht die Lagrange'sche Betrachtungsweise auch die Verfolgung der Variation physikalischer Größen entlang einer Partikelbahn.

Abschließend soll die mögliche Drehung des Modell-Koordinatensystems betrachtet werden.

Der einzige Term in dem vorliegenden Gleichungssystem, der eine Anisotropie verursacht, ist der β -Term. Eine Koordinatendrehung der Form

$$(3.28a) \quad x' = x \cos \theta + y \sin \theta ,$$

$$(3.28b) \quad y' = -x \sin \theta + y \cos \theta$$

führt dazu, daß sich der planetarische Vorticity-Term folgendermaßen mit θ ändert:

$$(3.29) \quad \beta \Psi_x = \beta (\Psi_x \cos \theta - \Psi_y \sin \theta) ,$$

wobei die Drehung um θ entgegen dem Uhrzeigersinn erfolgt.

Damit wird es möglich, das betrachtete quadratische Gebiet beliebig zu drehen und gegen die Zonalität geneigte mittlere Transporte zuzulassen. Diese 'nichtzonalen' Strömungen stellen allerdings keine Lösungen der antriebsfreien quasigeostrophischen Gleichungen dar, sondern sind nur als von äußeren Kräften angetrieben vorstellbar.

4. QUASIGEOSTROPHISCHE INSTABILITÄTSPROZESSE

4.1 Das linearisierte System

Ein Teil der im zweiten Kapitel unterschiedenen quasigeostrophischen Prozesse läßt sich in einem vereinfachten System durch analytische und halbanalytische Verfahren erfassen. Bevor also das nichtlineare Modell zur vierdimensionalen Simulation eingesetzt wird, soll eine linearisierte Version der Gleichungen betrachtet werden. Das ermöglicht eine höhere numerische Auflösung für spezielle Situationen (hier insbesondere in der vertikalen Dimension) oder auch das Studium einer großen Anzahl von Situationen. Als Ergebnis erhält man allgemeine Grundsätze über die zugrundeliegende Dynamik sowie die Isolierung der nichtlinearen Effekte.

Unter einem linearisierten System versteht man eine Näherung, in der eine zeitunabhängige zonale Grundströmung in Form einer exakten Lösung der Vorticity-Gleichung (2.18) vorgegeben und die Modifikation von linearen Wellenlösungen durch diesen Grundzustand untersucht wird.

Grundlage für die Betrachtung des linearisierten Systems bildet die barokline Vorticity-Gleichung (2.33) ohne den nichtlinearen Term:

$$(4.1) \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) (\nabla^2 \Psi + ((f_0/N)^2 \Psi_z)_z) + (\beta - u_{0yy} - ((f_0/N)^2 u_{0z})) \Psi_x = 0 .$$

Dabei repräsentiert u_0 ein Hintergrundfeld, das vertikale und meridionale Scherungen zuläßt.

Beobachtungen im Nordatlantik mittlerer Breiten zeigen, daß auf nahezu gradientfreie Regionen solche mit stark ausgeprägten Fronten folgen: es bilden sich 'jetartige' Strukturen (Strombänder) aus. Diese liegen je nach regionaler Situation mehr oder weniger zonal. Als Ursache kommen sowohl topographische Verhältnisse (im Zusammenhang mit den Bruchzonen des Mittelatlantischen Rückens) als auch großräumige Anregung und die interne Dynamik in Frage.

Mit Hilfe folgender Spezifizierungen werden diese grundlegenden ozeanische Verhältnisse simuliert: für eine mittlere Zonalgeschwindigkeit setzt man

$$(4.2) \quad u_0 = u_0(z) \exp(-(\mu_y y)^2) ;$$

für die Stromfunktion wählt man einen Partialwellenansatz der Form

$$(4.3) \quad \Psi = F(z) M(y) \exp(i(kx - \omega t)) .$$

Während die zweite Annahme im eigentlichen Sinne keine Einschränkung darstellt, da meridionale und vertikale Struktur unspezifiziert bleiben und die Wellenlösung in zonaler Richtung eine fundamentale Lösung des quasigeostrophischen Systems ist (siehe auch Abschnitt 2.4), beinhaltet die Annahme einer Jetströmung mit gaussischem Meridionalprofil eine weitgehende Spezialisierung.

Eingesetzt ergibt sich ein Eigenwertproblem in meridionaler und vertikaler Richtung: vorgegebene Parameter sind die zonale Wellenlänge, die Schichtung und das Strömungsprofil.

$$(4.4) \quad \omega (-k^2 MF + M_{yy} F + ((f_0/N)^2 F_z)_z M) = \\ (\beta - u_0 yy - ((f_0/N)^2 u_0 z)_z) kMF \\ + u_0 k (-k^2 MF + M_{yy} F + ((f_0/N)^2 F_z)_z M) .$$

Die entsprechenden vertikalen Randbedingungen sind gemäß Gleichung (3.13) $F_z = 0$ an der Oberfläche und am Boden. Aus Gründen der Vergleichbarkeit mit dem nichtlinearen Modell wurde auch hier Periodizität in meridionaler Richtung (siehe Abschnitt 3.2) gewählt. Der Zonalwellenansatz für Ψ bedeutet automatisch die Periodizität in zonaler Richtung.

Formal handelt es sich bei Gleichung (4.4) um ein Eigenwertproblem der Form:

$$(4.5) \quad \omega \underline{A} \underline{e} = \underline{B} \underline{e}$$

für komplexes $\omega = \omega_r + i\omega_i$. Dabei sind \underline{e} die Eigenvektoren oder 'Normal-Moden' des Systems.

Als Lösungen der Eigenwertgleichung treten neben reellen auch paarweise komplex konjugierte Eigenwerte auf, die zu zeitlich exponentiell anwachsenden bzw. abklingenden Amplituden führen. Die dazugehörigen Eigenfunktionen unterscheiden sich lediglich in ihrer Phasenbeziehung.

Die vertikale Diskretisierung wird dem Level-Konzept gemäß durchgeführt (siehe Abschnitt 3.1); für das 'kontinuierliche' Problem wird eine vertikale Auflösung von 20 m vorgegeben. In meridionaler Richtung werden

finite Differenzen eingeführt. Damit erhält man im allgemeinen Fall Pentadiagonalmatrizen \underline{A} und \underline{B} , die mittels Routinen aus der erweiterten EISPACK-Bibliothek (GARBOW et al., 1977) auch für große Systeme erfolgreich numerisch gelöst werden können. Numerische Details können dem Anhang A2 entnommen werden.

Barotrope und barokline Rossby-Wellen müssen als die grundlegenden Phänomene jeder quasigeostrophischen Modellierung bezeichnet werden: sie stellen die einzig vorhandene Form freier Wellen dar und werden die horizontale und vertikale Struktur entscheidend mitbestimmen. Die im vorliegenden Konzept benutzte horizontale Spektralentwicklung kann als Zerlegung aller Strukturen in Rossby-Wellen aufgefaßt werden und legt daher nochmals deren Betrachtung nahe.

Die Eigenschaften von Rossby-Wellen können weitgehend durch die Dispersionsrelation, d.h. den Zusammenhang zwischen Frequenz und Wellenzahl, charakterisiert werden. Diese Betrachtungen geben erste Aufschlüsse über das Verhalten der Lösung unter idealisierten Verhältnissen auf einer unbegrenzten β -Ebene. (Reflexionsvorgänge an Berandungen sowie Resonanzphänomene bei vorhandener Anregung sollen hier im Rahmen der Modellierung eines offenen Ozeangebietes unberücksichtigt bleiben.)

Dazu wird durch die Annahme verschwindender Grundströmung $u_0 = 0$ das System (4.1) weitgehend vereinfacht:

$$(4.6) \quad \omega (-k^2 + M_{yy}/M + ((f_0/N)^2 F_z)_z / F) = \beta k ,$$

so daß die Meridional- und Vertikalabhängigkeit separierbar werden. Das lineare System mit der Separationskonstante λ^2 lautet

$$(4.7a) \quad M_{yy} - (\lambda^2 + k^2 + \beta k / \omega) M = 0 \quad (\text{Horizontalabhängigkeit}) ,$$

$$(4.7b) \quad ((f_0/N)^2 F_z)_z + \lambda^2 F = 0 \quad (\text{Vertikalstruktur}) .$$

Gleichung (4.7a) besitzt Wellenlösungen auch in meridionaler Richtung und mit einer meridionalen Wellenzahl 1 folgt die Dispersionsrelation für Rossby-Wellen

$$(4.8) \quad \omega = -\beta k / (k^2 + 1^2 + \lambda^2) ,$$

wobei λ der inverse Rossby-Radius ist. Erwähnenswert dabei ist die Tatsache, daß Rossby-Wellen anomale Dispersion zeigen, d.h. kurze Wellen haben eine größere Zeitskala als lange. Für barotrope Rossby-Wellen ergibt sich ein Eigenwert von Null, das heißt, sie besitzen keine oder nur eine sehr spezielle Vertikalstruktur (proportional zu $\rho_r(z)$). Diese Lösung wird im Folgenden als der 0. Mode bezeichnet.

Durch Gleichung (4.7b) wird die fundamentale Form der quasigeostrophischen Vertikalstruktur beschrieben. Aussagen über deren Aussehen und wesentliche Charakteristika setzen die Annahme einer speziell vorgegeben Dichteverteilung voraus.

Für den Westatlantik fanden GARRETT & MUNK (1972) eine gute Übereinstimmung mit einem Exponentialprofil; unterhalb von 200 m Wassertiefe soll gelten:

$$N = 6.1 \cdot 10^{-3} \exp(z/650) \text{ 1/s.}$$

Eine typische Dichteschichtung für den Nordostatlantik zeigt Abb. 4-1. Nimmt man analog eine Anpassung für eine Exponentialfunktion an, so gilt annähernd

$$N = 4.5 \cdot 10^{-3} \exp(z/600) \text{ 1/s,}$$

also etwas geringere Dichtegradienten (und damit kleinere Rossby-Radien) bei annähernd gleicher vertikaler Scherungsskala. Exponentielle Dichteschichtungen sind ausführlich von GILL et al. (1974) betrachtet worden.

Eine wesentlich bessere Approximation der vertikalen Dichteverhältnisse im Nordostatlantik ist durch die Tangenshyperbolicus-Funktion gegeben (eventuell unter Berücksichtigung der Auswirkungen einer jahreszeitlichen Dichtesprungschicht in Form einer überlagerten Gaußfunktion in etwa 600 m Tiefe). Im Folgenden sollen diese beiden unterschiedlichen Vertikalstrukturen der Referenzdichte (Anhang A3) näher untersucht werden.

Die Struktur der vertikalen Moden nach Gleichung (4.7b) ist unabhängig von vorgegebenen horizontalen Wellenlängen und liefert für das tanh-Profil als kleinsten nichtverschwindenden Eigenwert den ersten baroklinen Rossby-Radius von 21.4 km. Dieser Wert mag auf den ersten Blick als sehr gering erscheinen, finden sich doch bei EMERY et al. (1984) für den

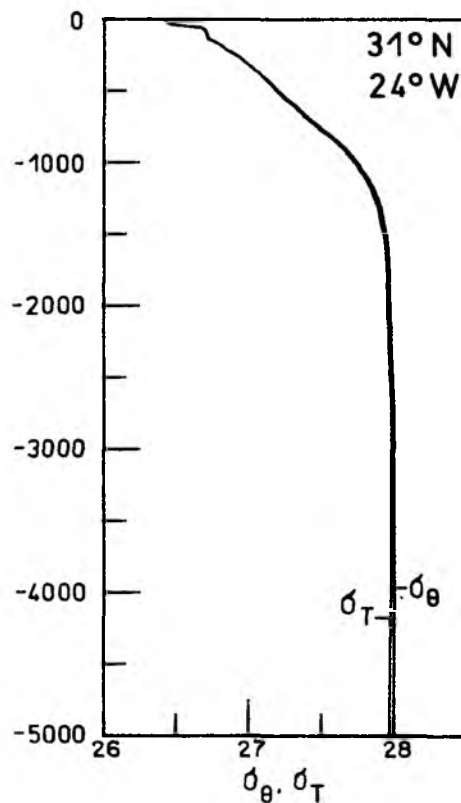


Abb. 4-1 Typische Dichteschichtung (σ_T und σ_θ) im Nordostatlantik. Messung durch FS 'Poseidon' im September 1985 bei 31°N, 24°W.

Nordostatlantik mittlerer Breiten (30°N – 40°N) Werte zwischen 25 km und 30 km. Die konzeptionelle Beschränkung auf das Ozeaninnere und die damit verbundene Ausklammerung von Deckschicht und Bodenreibungsschicht führt jedoch zu diesen geringeren Werten. (Die oberen 150 m des Profils werden der Reibungsschicht zugeordnet, die vertikale Erstreckung des Profils endet bei 4000 m.) Der Nulldurchgang der ersten baroklinen Mode liegt damit in etwa 800 m Tiefe (unterhalb der durchmischten Deckschicht). Grundlage zur Berechnung bildet σ_θ , da σ_T in der Tiefsee zu einer instabilen Schichtung führt.

Das Stabilitätsfrequenzprofil und einige ausgewählte Vertikalprofile sind in Abb. 4-2a,c dargestellt. Für die zweite Referenzdichteschichtung erhält man eine leichte Modifikation der Rossby-Radien, der Nulldurchgänge und der Struktur der Amplitude im oberen Ozean (insbesondere der ersten Mode). Der erste barokline (interne) Rossby-Radius ist mit etwa 19.6 km nochmals etwas kleiner. Allgemein werden die Eigenfunktionen niedriger Ordnung stärker beeinflusst (Abb. 4-2b,d).

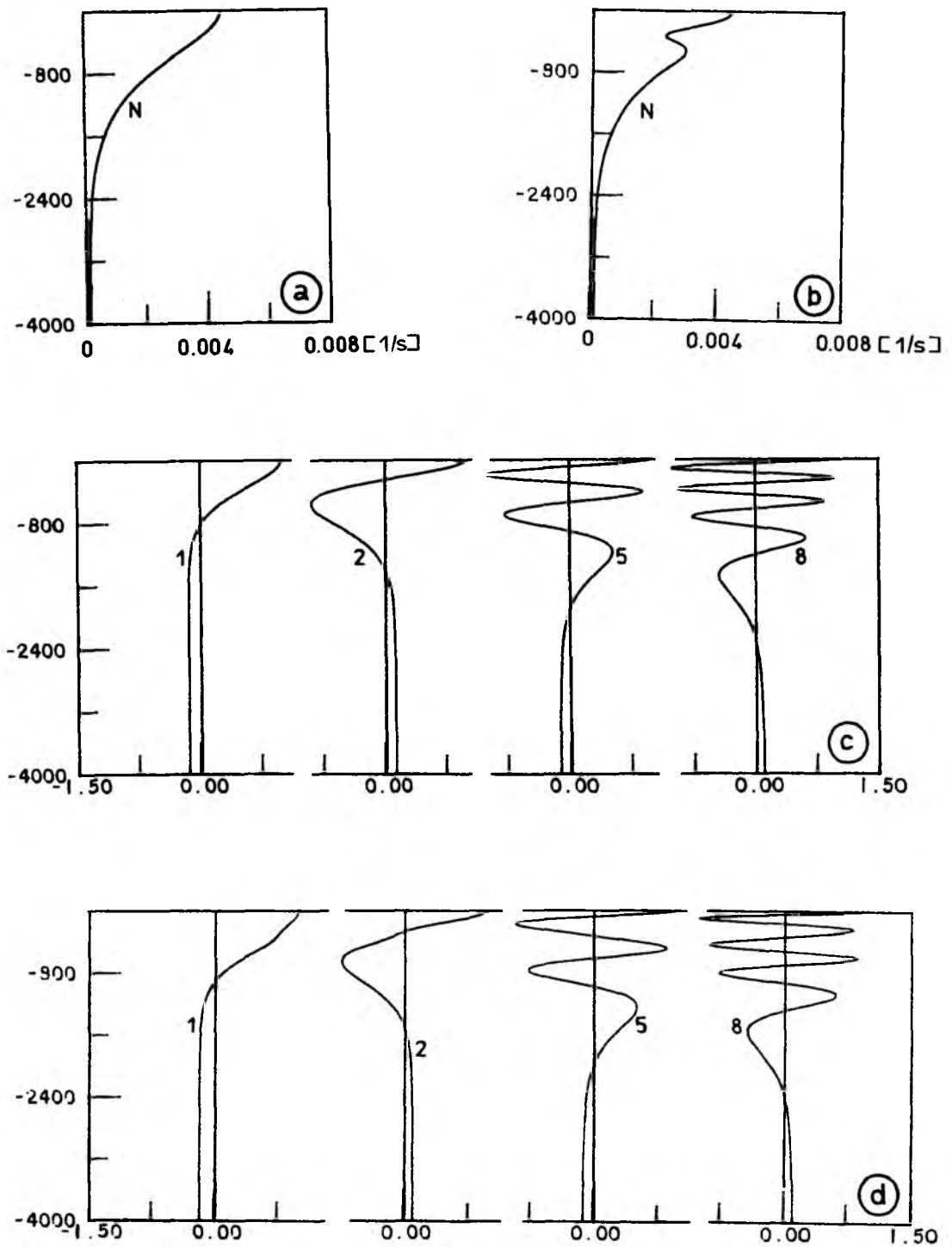


Abb. 4-2 Profile der Brunt-Väisälä-Frequenz N sowie einige ausgewählte barokline Eigenfunktionen (1., 2., 5. und 8.) für:
(a,c) Dichteschichtung 1; (b,d) Dichteschichtung 2 (Anhang A3)

4.2 Voraussetzungen für Instabilität

Durch ihren stark nichtlinearen Charakter ist physikalische Instabilität ein sehr komplexes Phänomen, das sich in den meisten Fällen nur numerisch angehen läßt. Gewisse Kriterien für die Möglichkeit des Auftretens von Instabilität jedoch lassen sich schon an einem linearisierten System zeigen.

Durch die Kopplung von Grundströmung und Wellenlösung ist das Eigenwertproblem (4.4) nicht mehr separierbar. Daher müssen bei vorhandener Grundströmung andere Kriterien herangezogen und andere Methoden angewendet werden.

Die offensichtlichste Eigenschaft der Instabilität ist ihre zeitliche Struktur. Instabilitätsbetrachtungen beginnen daher mit der Frage nach der Existenz komplexwertiger Eigenwerte als Lösungen des linearisierten Systems (4.4).

In Gleichung (4.1) tritt ein modifizierter β -Term auf:

$$(4.9) \quad \beta^* = \beta - u_0_{yy} - ((f_0/N)^2 u_{0z})_z .$$

Im Zusammenhang damit läßt sich ausgehend von der quasigeostrophischen potentiellen Vorticity gemäß (2.19) die sogenannte Umgebungsvorticity ('ambient potential vorticity') definieren als

$$(4.10) \quad q_0 = \beta y - u_0_y + v_0_x + ((f_0/N)^2 \psi_0)_z ,$$

deren Gradient häufig als 'effektives β ' bezeichnet wird.

Der wesentliche konzeptionelle Unterschied zwischen den beiden Komponenten der Grundströmung besteht darin, daß eine Grundströmung in meridionaler Richtung keine freie Lösung der Vorticity-Gleichung darstellt und im Gegensatz zu einer Zonalströmung externe Kräfte oder die Nähe eines Randes für ihre Aufrechterhaltung benötigt.

Hinlänglich bekannt ist (z.B. LeBLOND & MYSAK, 1978; PEDLOSKY, 1979), daß ein Vorzeichenwechsel des effektiven β eine notwendige Bedingung für Instabilität ist, da das Integral über den Gradienten der Umgebungsvorticity (zumindest lokal) verschwinden muß, um komplexe Frequenzen zu ermöglichen. Dabei wirkt der β -Effekt stets stabilisierend auf schwache zonale Jetströmungen; jedes Stromband auf der f -Ebene hingegen erfüllt die Bedingung für Instabilität.

Der Begriff 'barotrope Instabilität' bezieht sich auf eine Form von Instabilität, die aus einer hinlänglich starken horizontalen Scherung einer Strömung heraus ermöglicht wird.

Für eine typische Jetströmung nach Gleichung (4.2) ohne Vertikalabhängigkeit

$$(4.11a) \quad u_0(y) = U_0 \exp(-\mu_y^2 y^2)$$

ergibt sich ein maximaler Wert von

$$(4.11b) \quad u_{0yy}(y) = 4 U_0 \mu_y^2 \exp(-1.5) .$$

Für das Auftreten barotroper Instabilität benötigt man demzufolge Jetamplituden, die der Bedingung

$$(4.12a) \quad U_0 > \beta / (4\mu_y^2) \exp(1.5) = 22.4 \text{ cm/s}$$

$$(4.12b) \quad U_0 < -\beta / (2\mu_y^2) = -10.0 \text{ cm/s}$$

für eine Querskala des Jets von 100 km genügen. Dies ist in Oberflächennähe sicherlich häufig realisiert.

Durch barotrope Instabilität wird mittlere kinetische Energie in kinetische Energie der Wellenstörungen transferiert; ohne Rückwirkung auf die mittlere Strömung findet im linearisierten System fortgesetztes Anwachsen statt. Typisch für barotrope Instabilität ist das Abstrahlen von Energie aus den Zonen lokaler Instabilität aufgrund der relativ großen Phasengeschwindigkeit barotroper Rossby-Wellen ('Rossby wave radiation'). Der enge Zusammenhang zwischen barotroper Instabilität und der Überreflexion von Rossby-Wellen wird in einer Reihe von analytischen und numerischen Arbeiten (z.B. DICKINSON & CLARE, 1973) für horizontale Scherströmungen in der Atmosphäre ausführlich behandelt. Daneben ist bei Rossby-Wellen großer Amplitude eine Wellen-Instabilität auch ohne vorhandene Grundströmung möglich.

Im Gegensatz zu dem oben beschriebenen Vorgang kann man 'barokline Instabilität' identifizieren als Umwandlung von potentieller Energie der mittleren Strömung in kinetische Energie der Störung. Analog gilt für rein barokline Instabilitäten, daß der barokline Term der Umgebungsvorticity mindestens einmal in der Wassersäule sein Vorzeichen wechselt.

Aus dem Bereich der Meteorologie stammen grundlegende Arbeiten dazu aus den vierziger Jahren: GREEN (1960) liefert eine zusammenfassende Betrachtung der Arbeiten von EADY (1949; f-Ebenen-Instabilität) und CHARNEY (1947; Berücksichtigung des β -Effekts); weitere fundamentale Untersuchungen der Stabilität und Instabilität atmosphärischer und ozeanischer Strömungen finden sich bei PEDLOSKY (1964).

Für ein Vertikalprofil der Strömung der Form

$$(4.13) \quad u_0(z) = U_0 \exp(\mu_z z)$$

und eine vertikale Variation der Stabilitätsfrequenz gemäß

$$(4.14) \quad N^2 = N_0^2 \exp(\nu z)$$

muß U_0 die Bedingung

$$(4.15) \quad \beta N^2 / (f_0^2 \mu_z (\mu_z - \nu)) < U_0 < \beta N^2 / (f_0^2 \mu_z (\mu_z - \nu)) \exp((\mu_z - \nu)H)$$

erfüllen. Durch die Berücksichtigung der von den Rändern (Oberfläche und Boden) induzierten Instabilität können sich die Bereiche instabiler Strömungsamplituden ganz erheblich erweitern. Die Bedingungen lauten:

$$(4.16a) \quad u_{0z} \cdot q_{0y} < 0 \quad \text{für } z = 0 \text{ sowie}$$

$$(4.16b) \quad u_{0z} \cdot q_{0y} > 0 \quad \text{für } z = -H.$$

Daraus wird deutlich, daß die vertikale Randbedingung eine wesentliche Rolle spielt (GILL et al., 1974; KILLWORTH, 1980). In diesem Zusammenhang deuten die Untersuchungen von CHARNEY & STERN (1962) auch auf die große Bedeutung horizontaler Ränder hin. Danach stabilisiert ein verschwindender Meridionalgradient der Dichte an den Nord- und Südrändern weite Bereiche horizontaler Wellenlängen.

Unter der Annahme, daß die Vertikalskala μ_z der Strömung nur wenig verschieden von der Schichtungsskala ν ist, sind zwei Regime zu unterscheiden: für kleinere Vertikalskalen ergibt sich aus obiger Abschätzung, daß nur positive (ostwärtige) Strömungen intern instabil werden können; ist die Skala hingegen größer, so kommt nur für westwärtige Strömungen interne barokline Instabilität in Frage. Tiefreichende Strömungsprofile werden also bevorzugt in westwärtigen Strömungen instabil,

relativ flache hingegen in ostwärts setzenden. Für $\mu_z = v$ tritt in diesem Fall keine Instabilität auf (dieser Fall entspricht einer barotropen Strömungsverteilung).

Dieses einfache Beispiel soll nicht überstrapaziert werden; es stellt lediglich eine erste Abschätzung der Bedeutung von baroklinen Instabilitätsprozessen dar. Im Hinblick auf die vertikale Struktur liefert das Kriterium jedoch noch weitere Aussagen: um nämlich das Integral über den Gradienten der Umgebungsvorticity zum Verschwinden zu bringen und damit einen nichtverschwindenden Imaginärteil der Frequenz zu ermöglichen, muß beiderseits der Nullstelle der Umgebungsvorticity integriert werden. Die Meeresoberfläche beziehungsweise der Meeresboden stellen dabei die natürliche Grenze dieser Integration dar. Die vertikale Erstreckung der instabilen Wellenlösung wird also für einfache Profile in vielen Fällen in Form einer oberflächen- bzw. boden-intensivierten Struktur auftreten. Ausnahmen bilden lediglich vollständig interne Instabilitäten sowie der Spezialfall, daß die gesamte Wassersäule erfaßt wird.

Diese Abschätzungen verdeutlichen, daß grundsätzlich sowohl barotrope als auch barokline Instabilität als häufig zu erwartender Vorgang angesehen werden muß, da die benötigten Strömungen mit ihren Scherungen im Ozean vielerorts auch außerhalb von Freistrahlsregionen realisiert sind. Dabei spielt entgegen früheren Annahmen (LORENZ, 1972) barokline Instabilität die wesentlichere Rolle bei der Erzeugung turbulenter Variabilität in der Atmosphäre (FREDERIKSEN, 1978). Zu diesem Schluß kommen auch GILL et al. (1974) für den Ozean, die darüber hinaus feststellen, daß der Energiegewinn mesoskaliger Wirbel aus dem mittleren Feld durchaus die Größenordnung der aus dem Windfeld aufgenommenen Energie erreichen kann und damit bedeutsam für die lokale Dynamik ist.

Das steht im Gegensatz zu der häufig geäußerten Ansicht, daß speziell im offenen Ozean barotrope und barokline Instabilität nur unwesentlich zur Dynamik beiträgt (z.B. CHARNEY & FLIERL, 1981). Diese Ansicht stützt sich offensichtlich auf die Tatsache, daß die Vertikalstruktur im offenen Ozean bereits durch die erste barokline Mode hinreichend gut beschrieben wird, die für sich allein nicht instabil werden kann. Für jede barokline Mode gemäß der Eigenfunktionsentwicklung der Dichteschichtung allein gilt bekanntlich:

$$(4.17) \quad \beta^* = \beta - \lambda^2 U_0 = \text{konstant} .$$

Die gesamte Vertikalstruktur ist dabei im Eigenwert enthalten. Da das Modenkonzent auf außerdem noch als vertikale Randbedingungen das Verschwinden des vertikalen Gradienten der Grundströmung $u_{0z} = 0$ fordert, ist Instabilität im Moden-Modell nur aufgrund einer voll nichtlinearen Dynamik möglich. Diese 'Welle-Welle'-Wechselwirkungen erzeugen jedoch im allgemeinen lediglich eine relativ schwache Instabilität (GILL, 1974). Ein Zusammenwirken mehrerer vertikaler Moden kann hingegen sehr wohl zu Instabilität führen.

Darüber hinaus wird sich ein voll nichtlinearer Instabilitätsprozeß im Ozean aufgrund der nichtlinearen Wechselwirkungen immer selbst limitieren, da das Reservoir an verfügbarer Energie nicht unerschöpflich ist. Die typischen Anwachszeitskalen für Instabilität im offenen Ozean liegen bei etwa 10 Tagen (KILLWORTH, 1980); eine Region befindet sich demnach nur kurz im eigentlichen Zustand der Instabilität. Man kann daher nur anhand von vorgefundener Variabilität auf vorausgegangene Instabilität schließen. Das wird jedoch dadurch erschwert, daß die Horizontalstruktur der Instabilität sich nicht von der anderer mesoskaliger Phänomene unterscheidet (da auch sie als Rossby-Wellen betrachtet werden können). Aus einer beobachteten Horizontalverteilung (beispielsweise der dynamischen Topographie) kann man daher nur dann auf Instabilitätsprozesse schließen, wenn die darin enthaltenen Horizontalskalen mit denen einer als maximal instabil angenommenen Welle übereinstimmen. Ebenso kann eine lokal und mit ausreichender Auflösung gemessene Vertikalstruktur lediglich als Indikator für Instabilität dienen.

Obwohl in einem diskreten numerischen Modell nicht adäquat zu erfassen und daher nicht Hauptuntersuchungsgegenstand dieser Arbeit, soll der Vollständigkeit halber noch die Instabilität an kritischen Linien bzw. Schichten ('critical line/level/layer instability') kurz erwähnt werden (eine ausführlichere Darstellung findet sich bei BRETHERTON (1966a)): es handelt sich dabei um eine lokale Instabilität in der Tiefe, an der eine stabile Rossby-Welle mit ihrer Phasengeschwindigkeit advehiert wird. Damit verschwindet die Frequenz der Welle im ortsfesten Koordinatensystem und es kann zur Instabilität kommen, die jedoch normalerweise geringere Anwachsrate (mehrere Wochen bis Monate) hat. Diese Form der Instabilität ist jedoch nur durch eine sehr hohe numerische Auflösung oder besser mit analytisch asymptotischen Methoden zu untersuchen (DICKINSON, 1970).

Hinsichtlich der räumlichen Skalen des Instabilitätsvorganges existiert umfangreiche Literatur über theoretische Skalenbegrenzungen instabiler Wellen und ihre möglichen Zeitskalen, insbesondere in Systemen mit wenigen vertikalen Freiheitsgraden.

Häufigste Grundlage bildet das 2-Level-Modell. Die meridionalen Gradienten der Umgebungsvorticity in den einzelnen Schichten lauten gemäß Gleichung (4.9):

$$(4.18a) \quad \beta_1^* = \beta - u_{01}{}_{yy} - 2(f_0/N)^2(u_{01}-u_{03})/(H h_1) ,$$

$$(4.18b) \quad \beta_3^* = \beta - u_{03}{}_{yy} + 2(f_0/N)^2(u_{01}-u_{03})/(H h_3) .$$

Barokline Instabilität ist immer dann möglich, wenn zwei aufeinanderfolgende Schichten ein unterschiedliches Vorzeichen dieser Größe besitzen. Für eine äquidistante Diskretisierung muß die Kombination aus Schichtungsparameter N^2 und Grundströmungsdifferenz diese Voraussetzung liefern. Eine nicht äquidistante Wahl der betrachteten Tiefenstufen kann jedoch einen entscheidenden Einfluß auf die physikalische Stabilität des Systems besitzen.

Im barotropen Fall bevorzugt instabil sind horizontale Wellenlängen bei $L = 2\pi/\mu_y$. Relativ zu der Scherungsskala des Jets sind sehr kurze Wellen ebenso stabil wie sehr lange (aufgrund des β -Effekts). Diese Ergebnisse können für den Ozean aus den entsprechenden linearisierten Untersuchungen über atmosphärische Instabilität übernommen werden.

In einem 2-Schichten-Modell existiert für barokline Instabilität eine Grenzwellenlänge ('cut-off') zu kleineren Skalen hin beim Rossby-Radius (BRETHERTON, 1966b). Lange Wellen erfahren wiederum eine Stabilisierung durch den β -Effekt. Die bevorzugte Skala für barokline Instabilität hingegen ist stark von der Vertikalstruktur von Schichtung und Strömung abhängig: geht man davon aus, daß an der Vertikalstruktur maßgeblich (jedoch nicht ausschließlich) die erste barokline Mode beteiligt ist, so gilt:

$$(4.19) \quad L = 2\pi r_1 .$$

Für flachere Strömungen nach Osten erwartet man kleinere Skalen.

Weitere Abschätzungen bezüglich der Phasengeschwindigkeit und der maximalen Anwachsrate instabiler Wellen resultieren aus dem 'Halbkreis'-Theorem (nach PEDLOSKY, 1962). Danach ist die Phasengeschwindigkeit beschränkt auf den Bereich zwischen der maximalen und der minimalen Grundströmungsgeschwindigkeit. Die maximal instabile Welle hat eine Anwachsrate von

$$(4.20a) \quad \omega_i = k(U_{\max} - U_{\min})/2$$

bei einer zonalen Phasengeschwindigkeit von

$$(4.20b) \quad c_x = (U_{\max} + U_{\min})/2 .$$

Neben diesen notwendigen Bedingungen geben CHARNEY & STERN (1962) hinreichende Bedingungen für Instabilität an, die jedoch weit schwieriger anzuwenden sind.

4.3 Die Vertikalstruktur barokliner Instabilität

Die im vorigen Abschnitt betrachtete Bedingung für Instabilität ist zwar eine notwendige Voraussetzung, liefert jedoch keine Aussage über die räumliche und zeitliche Struktur einer instabilen Welle. Ob in einer speziellen Situation tatsächlich Instabilität auftritt, bedarf näherer Untersuchungen: insbesondere ist die Abhängigkeit von der Horizontalskala der Zonalwelle von großem Interesse.

Eine zentrale Rolle spielt dabei die sogenannte Anwachsrate einer (barotrop, baroklin oder gemischt) instabilen Welle. Sie vermittelt einen Eindruck von der Stärke und Zeitskala des Anwachsens einer Wellenlösung in einer zeitlich unveränderlichen Umgebung. Dabei kann entweder das Amplitudenwachstum oder das Anwachsen der kinetischen Energie einer Welle betrachtet werden. Im Folgenden werden stets Amplitudenanwachsraten angegeben, aus denen man durch Multiplikation mit dem Faktor 2 die Energiezuwachsraten erhält.

Streng genommen ist die Definition einer Anwachsrate auf das linearisierte System beschränkt, wo bewußt auf die Rückwirkung der Störung mit der Quelle der Energie für die Instabilität verzichtet wird und das Anwachsen der instabilen Welle zeitunabhängig ist. Häufig jedoch wird eine 'momentane' oder 'maximale' Anwachsrate auch in nichtlinearen Modellen verwendet.

Eine allgemeine Behandlung ist nicht möglich; die Komplexität des Vorgangs erfordert die Festlegung auf spezielle Grundzustände. Eine umfassende Arbeit zur barotropen und baroklinen Instabilität geschichteter Medien stammt von KILLWORTH (1980), der die Möglichkeit von geophysikalischer Instabilität in weiten Parameterbereichen untersucht.

In der vorliegenden Arbeit sollen speziell für den Nordostatlantik die beiden idealisierten Schichtungen aus Abschnitt 4.1 für jeweils eine exponentiell und eine gaussisch mit der Tiefe abklingende Strömungsverteilung untersucht werden (siehe Anhang A4).

Die zunächst durchgeführte Berechnung des Umgebungsvorticity-Gradienten β^* zeigt, daß alle vier Kombinationen von Dichteschichtung und Strömungsprofil in den oberen 800 m des Ozeans mindestens eine Nullstelle besitzen, so daß die Bedingung für barokline Instabilität erfüllt ist. Darüber hinaus zeichnet sich die exponentielle Strömungsverteilung mit ihren größeren Geschwindigkeiten in der Tiefsee durch eine weitere Möglichkeit zur Instabilität mit einem Zentrum in etwa 2500 m Tiefe aus.

Für eine rein vertikale Abhängigkeit der Grundströmung ($\mu_y = 0$) vereinfacht sich Gleichung (4.4) auf ein eindimensionales Problem. Durch zusätzliche Spezifizierung der Meridionalabhängigkeit in Form eines Wellenansatzes

$$(4.21) \quad M(y) = \exp(iy)$$

erhält man Rossby-Wellen auf einer horizontal homogenen vertikalen Scherströmung. Ein konstanter Grundzustand U_0 führt zur Dispersionsrelation für advehierte und doppler-verschobene Rossby-Wellen

$$(4.22) \quad \omega = -\beta k / (k^2 + l^2 + \lambda^2) + U_0 k .$$

Ist die Grundströmung vertikal geschert, so erhält man sogenannte vertikale 'Schermodeen'.

Durch die Vorgabe von Geschwindigkeiten, die den Maximalgeschwindigkeiten eines Jets entsprechen, erhält man eine obere Grenze möglicher Anwachsrate aufgrund barokliner Instabilität.

Zunächst wird für alle Spektralkomponenten eines 64•64-Wellenzahl-Modells in einer 1280•1280 km-Box die maximale Anwachsrate für den Fall der Dichteschichtung 2 mit Strömungsprofil 2 bestimmt (Abb. 4-3a). Das Maximum findet sich bei einer Wellenlänge von etwa 50 km, für meridional höhere Ordnungen verschiebt es sich zu längeren Skalen hin. Das deutliche Nebenmaximum bei längeren Horizontalskalen gehört, wie noch näher zu betrachten sein wird, zu einer Moden-'Klasse' mit einer anderen Vertikalstruktur.

Abgebildet ist jeweils nur der Quadrant mit positiven Wellenzahlen; für negative Wellenzahlen ergeben sich an den Achsen gespiegelte Bilder: die Asymmetrie durch den β -Effekt ist in den maximalen Anwachsrate kaum auszumachen.

In diesem Zusammenhang läßt sich der Einfluß der vertikalen Diskretisierung auf die Modellierung von Instabilitäten anhand der maximalen Anwachsrate untersuchen und darstellen. Ein 9-Level-Modell (Abb. 4-3b) repräsentiert die Anwachsrate im Bereich größer als etwa 80 km recht gut; mit abnehmender vertikaler Auflösung werden weite Bereiche der Mesoskala von möglicher Instabilität ausgeschlossen: ein 3-Level-Modell stabilisiert alle Wellen kleiner als 100 km (Abb. 4-3c,d).

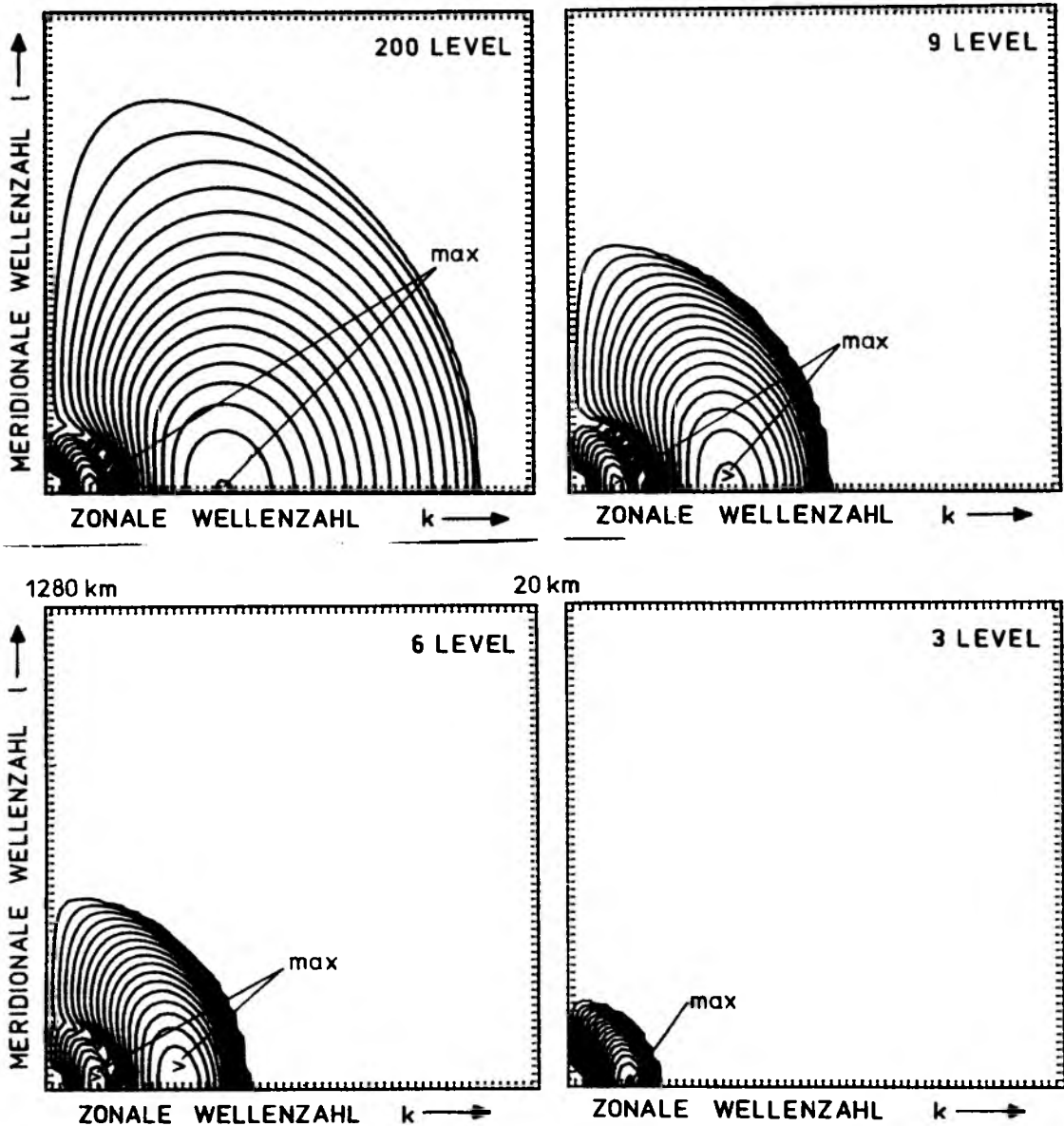


Abb. 4-3 Abhängigkeit der maximalen Anwachsrate aller Spektralkomponenten im 64•64 Wellenzahlen-Modell mit 10 km Gitterdistanz von der vertikalen Auflösung für Dichteschichtung 2, Strömungsprofil 2. Wellenzahl 1 entspricht 1280 km, Wellenzahl 64 bedeutet 20 km Wellenlänge. Isolinienabstand $0.1 \cdot 10^{-6}$ 1/s. 200 Level: 'kontinuierlicher' Fall; 9, 6, 3 Level: Eigenfunktionsdiskretisierung.

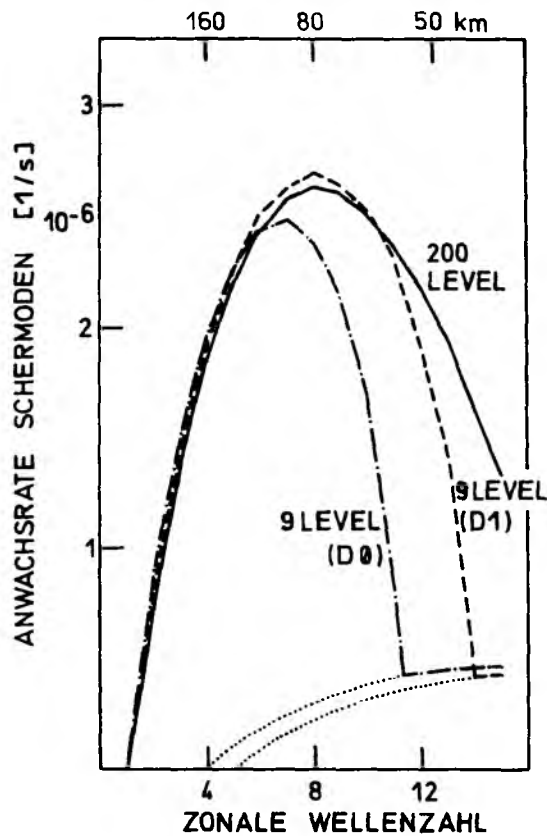


Abb. 4-4 Abhängigkeit der maximalen Anwachsrate rein zonaler Wellen von der vertikalen Diskretisierung für Dichteschichtung 2, Strömungsprofil 2.

Wellenzahl 1 entspricht 640 km, Wellenzahl 16 bedeutet 40 km Wellenlänge.

200 Level: 'kontinuierlicher' Fall

D0: 9 Level mit Schichtdicken 100, 5·200, 300, 500 und 2500 m

D1: 9 Level Eigenfunktionsdiskretisierung (Anhang A7)

Rein zonale Wellen besitzen die größten Anwachsrate. Neben einer Überschätzung der maximalen Anwachsrate zeichnen sich Modelle mit geringer Auflösung durch unrealistisch stabiles Verhalten für weite Bereiche der Mesoskala aus.

Ein Vergleich mit den Ergebnissen der hochauflösenden Version gibt Aufschluß über den Einfluß der Wahl der Tiefenniveaus in einem Modell: Abb. 4-4 zeigt einen Vergleich zwischen den Amplitudenanwachsrate für rein zonale Wellen in Abhängigkeit von Wellenlänge und zwei unterschiedliche Diskretisierungen im 9-Level-Modell. D0 bezeichnet dabei eine auf Vielfachen von 100 m aufbauende, häufig angewandte Diskretisierung, wäh-

rend die Diskretisierung D1 auf den Nullstellen der achten vertikalen Eigenfunktion basiert. Als Referenz dient eine Berechnung der maximalen Anwachsrate im 200-Level-Modell mit konstanten Schichtdicken. Offenbar ist die übliche Art der Diskretisierung trotz hoher Auflösung nicht geeignet, Instabilitäten im Skalenbereich von 40 - 80 km realistisch zu simulieren.

Durch die Vernachlässigung der Meridionalabhängigkeit ($M(y) = 1$) erhält man die Möglichkeit, unterschiedliche Parameterkombinationen aus Dichte und Strömungsprofilen zu untersuchen. Dies muß jeweils für eine zonale Wellenlänge spezifiziert werden. Im vorliegenden Fall wurde eine Wellenlänge von 80 km verwendet, da diese Skala im Bereich der größten Anwachsrate liegt und vom Modell gut aufgelöst wird.

Die Vertikalstruktur für einige ausgewählte Fälle ist in den Abb. 4-5 und 4-6 dargestellt. Es treten je nach Zusammenwirken von Dichte- und Strömungsprofil zwei unterschiedliche Schermodenklassen auf: mit F_1 wird eine auf die Oberflächenschichten beschränkte Mode bezeichnet; F_2 steht für eine Mode mit maximaler Amplitude in der Tiefsee. Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Geringere Dichteunterschiede zwischen Oberfläche und Meeresboden (also eine schwächere Schichtung) führen ebenso zu größeren Anwachsrate wie eine größere Vertikalskala der Schichtung. Eine größere Strömungsamplitude oder eine 'flachere' Strömung (geringere Vertikalskala) bewirken ebenfalls eine kleinere Zeitskala der Instabilität. Darüber hinaus findet man für eine geringere vertikale Scherung des Strömungsprofils eine Verschiebung der maximalen Instabilität zu größeren Horizontalskalen hin. Durchweg ergaben die Rechnungen eine verstärkte Instabilität bei Berücksichtigung des Stabilitätsfrequenz-Minimums; auch erwies sich das gaussische Strömungsprofil für ostwärtige Strömungen gegenüber dem exponentiellen als 'instabiler'.

Ein vertikalintegrierter Anteil hat im linearisierten System keinen Einfluß auf die vertikale Struktur und die maximale Anwachsrate der Schermoden, beinhaltet jedoch die Möglichkeit zur Existenz von Instabilität an kritischen Leveln ('CL-Instabilität'). Abb. 4-7 zeigt ein Beispiel, in dem die Phasengeschwindigkeit einer instabilen Welle durch eine negative Grundströmung in der Tiefsee kritische Niveaus findet. Charakteristisch sind die Phasensprünge unterhalb von 2000 m Tiefe.

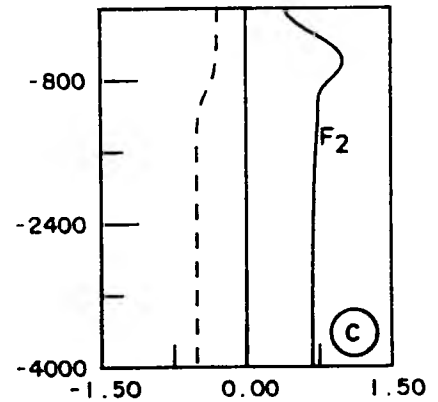
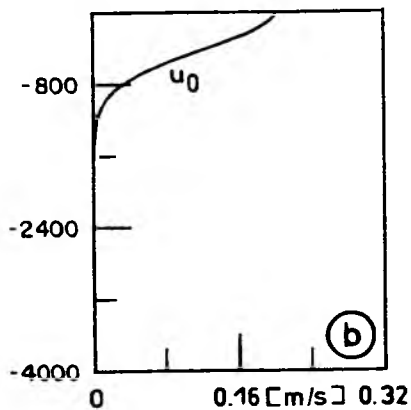
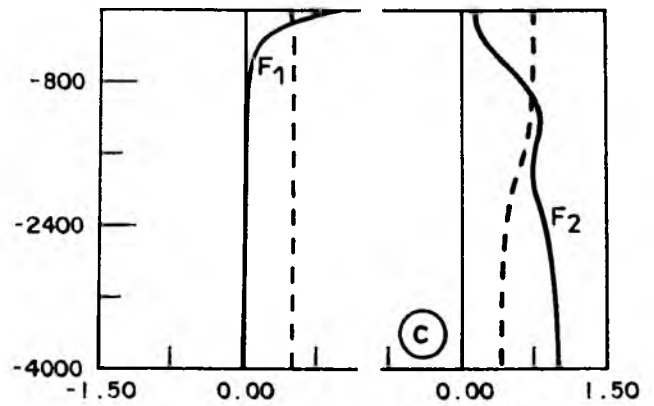
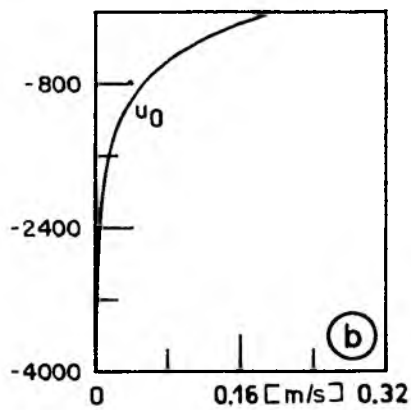
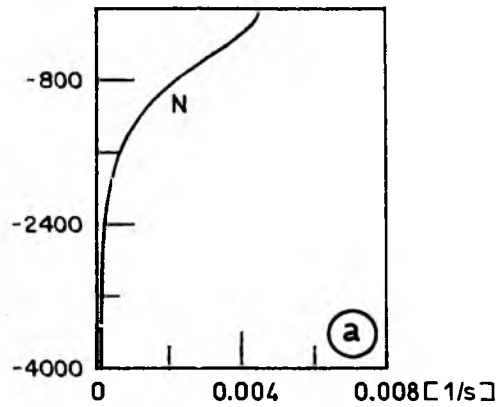


Abb. 4-5 Vertikalstruktur instabiler Schermoden für (a) Dichteprofil 1 in Kombination mit (b) Strömungsprofil 1 und (c) Strömungsprofil 2 für eine zonale Wellenlänge von 80 km (Wellenzahl 8). Die durchgezogene Linie bezeichnet die Amplitude $F(z)$, die gestrichelte Linie zeigt den Phasenverlauf mit der Tiefe. Beide Kurven sind auf 1 normiert.

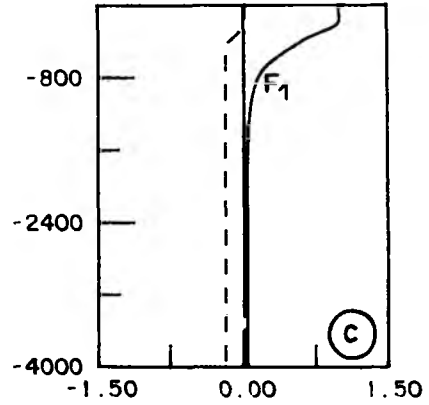
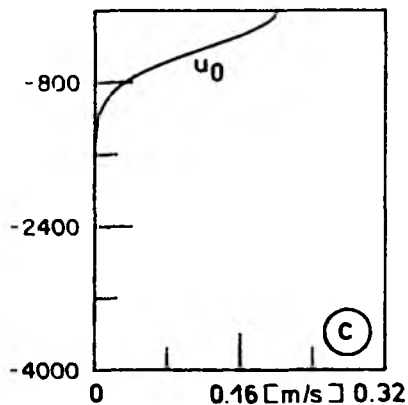
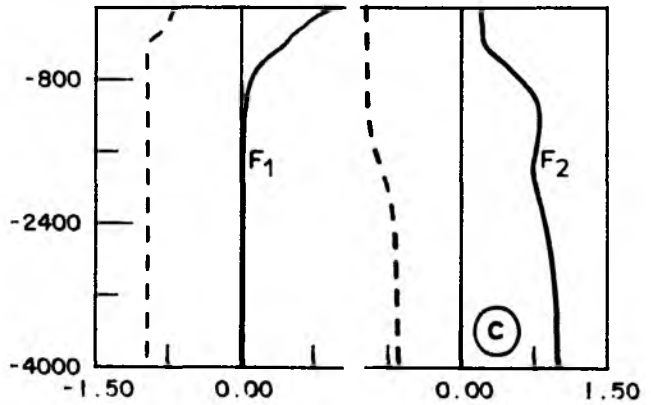
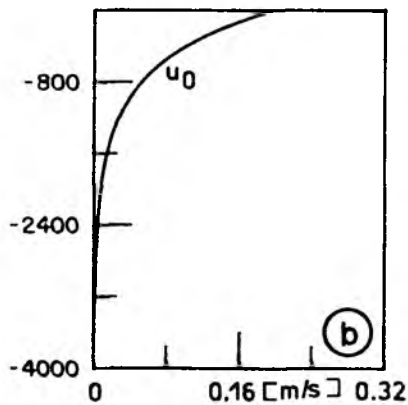
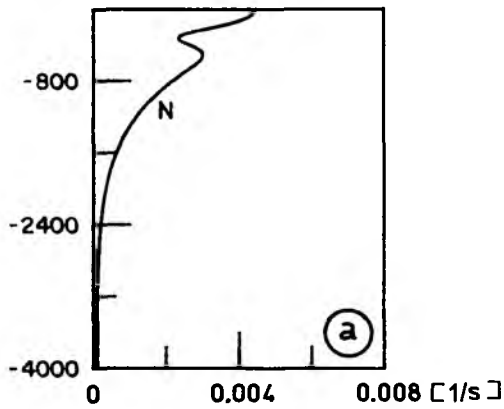


Abb. 4-6 Vertikalstruktur instabiler Schermoden für (a) Dichteprofil 2 in Kombination mit (b) Strömungsprofil 1 und (c) Strömungsprofil 2 für eine zonale Wellenlänge von 80 km (Wellenzahl 8). Die durchgezogene Linie bezeichnet die Amplitude $F(z)$, die gestrichelte Linie zeigt den Phasenverlauf mit der Tiefe. Beide Kurven sind auf 1 normiert.

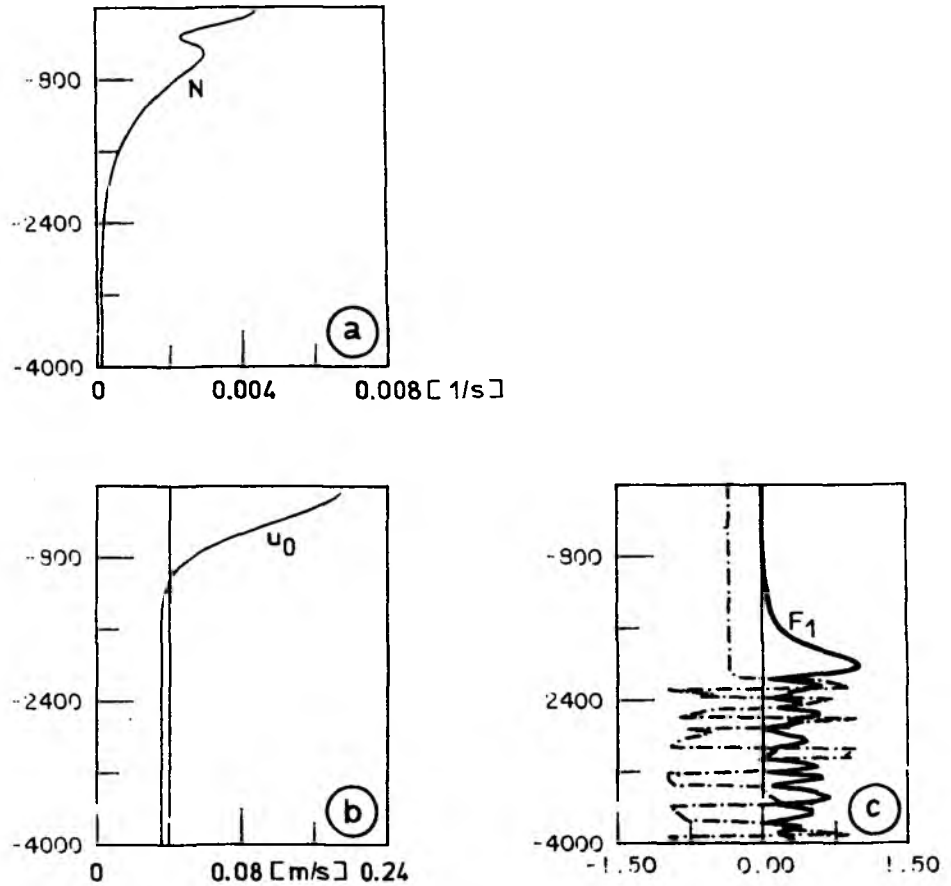


Abb. 4-7 Vertikalstruktur einer instabilen Schermode für (a) Dichteprofil 2 sowie (b) Strömungsprofil 2 mit zusätzlicher westwärtiger externer Strömungskomponente für eine zonale Wellenlänge von 80 km (Wellenzahl 8). Die durchgezogene Linie bezeichnet die Amplitude, die gestrichelte Linie zeigt den Phasenverlauf mit der Tiefe. Beide Kurven sind auf 1 normiert. Das Amplituden- und Phasenverhalten in der Tiefsee deutet auf Instabilität der kritischen Linie hin.

Die Abhängigkeit der Vertikalstruktur von der zonalen Wellenlänge ist in den Abb. 4-8 bis 4-12 dargestellt. Für sehr lange Wellen findet man eine Vertikalstruktur, die mit ihrer Nullstelle der Amplitudenverteilung der ersten baroklinen Mode ähnelt (Abb. 4-8 zeigt den Phasensprung um 180° in etwa 1400 m Tiefe). In Abb. 4-9 sieht man eine Mode mit stark ausgeprägtem vertikal konstanten Anteil der Amplitude. Diese Mode ist dennoch (schwach) baroklin instabil.

Im Bereich der Mesoskala finden sich zwei unterschiedliche instabile Schermodenstrukturen: oberflächen-intensivierte (Abb. 4-10a und 4-11a) und tiefsee-intensivierte (Abb. 4-10b und 4-11b). Erst auf Skalen im Bereich des Rossby-Radius tritt eine sprungschicht-intensivierte Mode auf (Abb. 4-12a). Dabei ist das Minimum in der Stabilitätsverteilung offenbar die Voraussetzung für Vertikalstrukturen mit einem internen Maximum.

Generell zeichnen sich instabile Moden (mit positiven Imaginärteilen des Eigenwerts) durch die 'Vorwärtsneigung' der Phasenbeziehung aus; das bedeutet, daß die Phase in den oberen Wasserschichten in Strömungsrichtung voraus läuft. Die gedämpfte Schermode ist entsprechend an der Rückwärtsneigung des Phasenverlaufes zu erkennen. Dieses Verhalten deckt sich mit den Ergebnissen aus Frontogenese-Studien in der Atmosphäre (zum Beispiel HOSKINS & WEST, 1979; HOSKINS & HECKLEY, 1981).

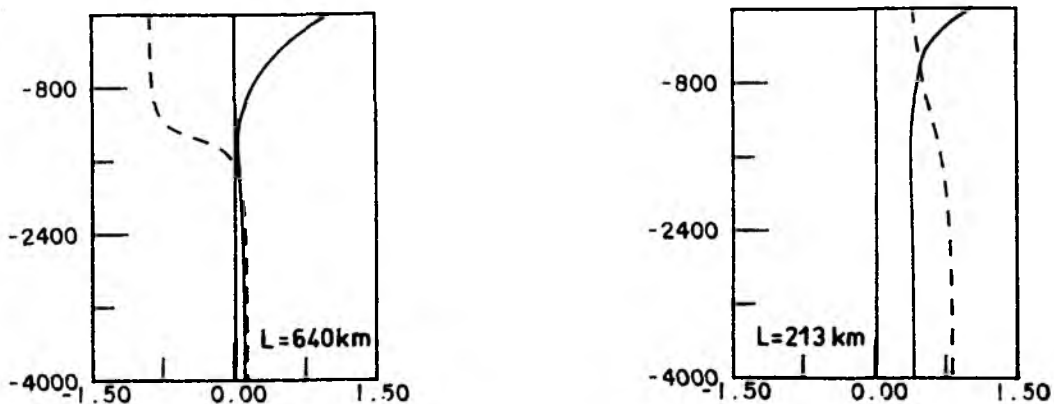


Abb. 4-8 Vertikalstruktur einer instabilen Schermode für Dichteprofil 2 mit Strömungsprofil 2 für eine zonale Wellenlänge von 640 km (Wellenzahl 1). Durchgezogene Linie: Amplitude; gestrichelte Linie: Phasenbeziehung. Beide Kurven sind auf 1 normiert.

Abb. 4-9 wie Abb. 4-8 für eine zonale Wellenlänge von 213 km (Wellenzahl 3). Der barotrope Anteil ist dominierend.

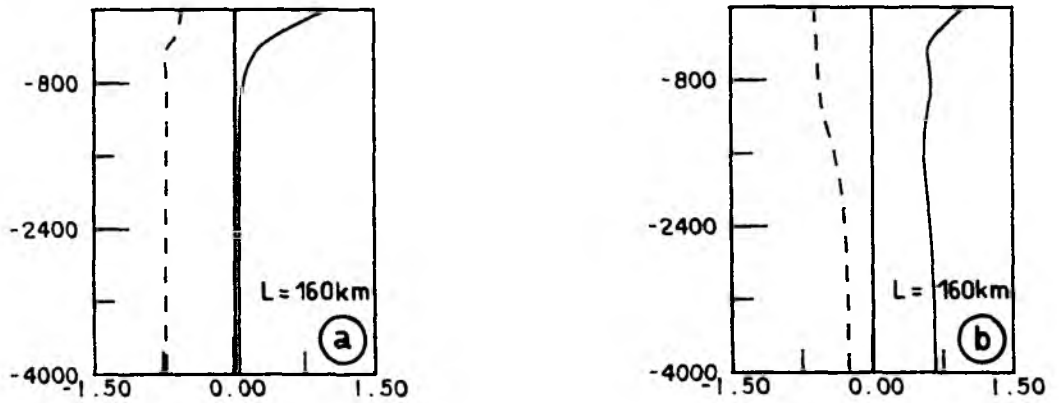


Abb. 4-10 wie Abb. 4-8 für eine zonale Wellenlänge von 160 km (Wellenzahl 4).

(a) Oberflächenmode

(b) Tiefseemode mit stark barotroper Komponente

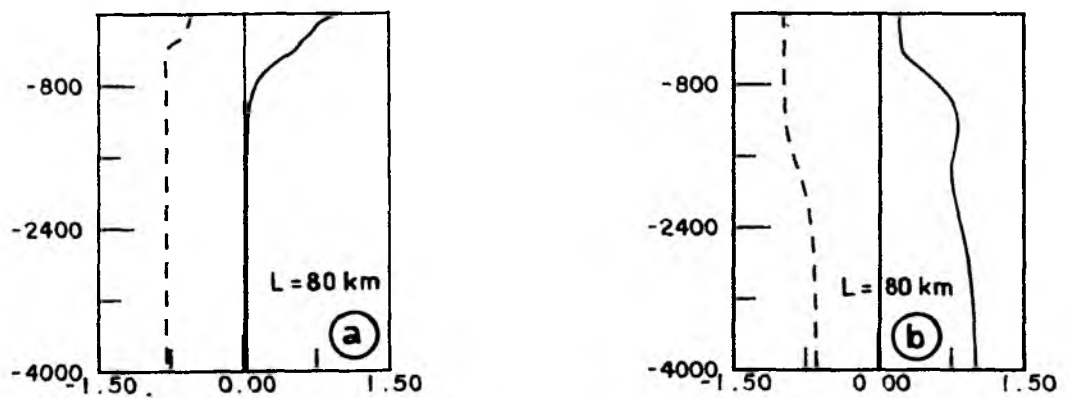


Abb. 4-11 wie Abb. 4-8 für eine zonale Wellenlänge von 80 km (Wellenzahl 8).

(a) Oberflächenmode

(b) Tiefseemode

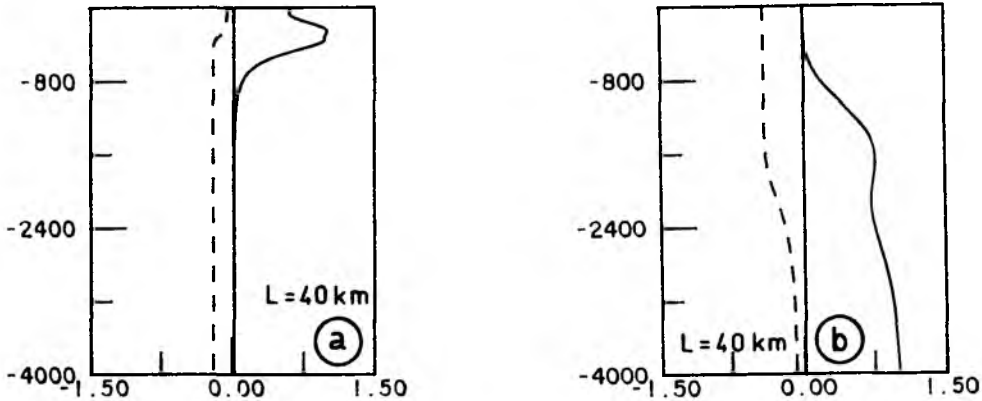


Abb. 4-12 wie Abb. 4-8 für eine zonale Wellenlänge von 40 km (Wellenzahl 16).

(a) Sprungschicht-Mode('intern')

(b) Tiefseemode

Die Anwachsrate und die Phasengeschwindigkeiten sind für den Fall der idealisierten Dichteschichtung 2 in Kombination mit Stromprofil 2 in Abb. 4-13 zusammengefaßt. Zunächst fällt das Maximum der Amplitudenanwachsrate zwischen 40 und 80 km zonaler Wellenlänge auf. Daneben existiert auf den gleichen Skalen noch eine boden-intensivierte Mode.

Interessant sind auch die entsprechenden Phasengeschwindigkeiten: die auf die Tiefsee beschränkten Instabilitäten sind sehr viel langsamer als die Oberflächenmoden. So findet man einen weiten Bereich prograder (in Strömungsrichtung wandernder) instabiler Schermoden, lediglich Wellen mit 600 - 800 km zonaler Wellenlänge können sich gegen die mittlere Strömung durchsetzen und sich retrograd fortbewegen. Ein Vergleich zur Phasengeschwindigkeit barokliner Rossby-Wellen gemäß Gleichung (4.2) zeigt, daß die Ausbreitung instabiler Moden durch die Advektion bestimmt wird. Instabile Moden sind deutlich schneller als barokline Rossby-Wellen gleicher Wellenlänge: ihre Phasengeschwindigkeiten liegen im Bereich der Grundströmungsgeschwindigkeiten.

Die Abschätzungen aus dem 'Halbkreis'-Theorem liefern Phasengeschwindigkeiten von etwa 10 cm/s und Anwachsrate von $0.79 \cdot 10^{-6}$ 1/s für die maximal instabile Welle und stellen damit eine recht gute Prognose dar.

Man kann also prinzipiell drei Klassen von Schermoden unterscheiden: lange Zonalwellen (> 500 km) besitzen eine exponentiell mit der Tiefe abfallende Vertikalstruktur; die Mesoskala hingegen zeichnet sich durch zwei unterschiedliche Profile aus: neben dem oberflächen-intensivierten Mode existiert auch einer mit einem Maximum in der Tiefe. Für sehr kurze Wellen (Größenordnung Rossby-Radius) tritt die Oberflächenmode modifiziert in Form einer sprungschicht-intensivierten Mode auf, der sich im Minimum der Stabilitätsfrequenz ausbildet.

Eine signifikante Grenze instabiler Skalen zu langen Wellen hin findet sich bei etwa 600 km. Es handelt sich jedoch nicht um einen strengen 'cut-off' wie von den 2-Schichten Modellen vorhergesagt, denn jenseits dieser Grenze tritt eine schwache Instabilität mit Anwachszeitskalen von mehreren Monaten auf. Dieses Ergebnis beruht auf der vollständigen Vernachlässigung der Reibung (für Skalen größer als der interne Rossby-Radius sicherlich gerechtfertigt) sowie auf der stark erhöhten vertikalen Auflösung, die gegenüber geringer Auflösung einen stark erweiterten Instabilitätsbereich enthält (siehe Abb. 4-3). Beobachtungen und Modellrechnungen (FLIERL & ROBINSON, 1984) im Golfstrombereich weisen jedoch auf retrograd laufende Mäander hin, ein Ergebnis, das im Rahmen dieser Untersuchungen für reine Schermoden trotz wesentlich geringerer ostwärtiger Advektion bisher nicht auftrat. Als Ursache dafür kommt sowohl die Vernachlässigung der horizontalen Struktur der Grundströmung als auch die bisher ausgeklammerte Nichtlinearität in Frage. Dies wird in den nächsten Abschnitten näher untersucht werden.

Abschließend soll darauf hingewiesen werden, daß die Einbeziehung von großskaliger Topographie in diese linearisierten Instabilitätsbetrachtungen prinzipiell möglich ist (ROBINSON & McWILLIAMS, 1974 sowie GILL et al., 1974). Nach RHINES (1977) unterscheidet man neben den barotropen und baroklinen Wellen auch sogenannte 'schnelle barokline' Wellen mit einem Maximum am Meeresboden, die aufgrund der Bodenneigung existieren und die als topographische, bodengeführte und auf die unteren Wasserschichten beschränkte Wellen ('bottom-trapped waves') zu interpretieren sind. Bei geeigneter Kombination aus Schichtung und Strömung können diese Wellen instabil werden. Hier spielt der (wenn auch geringe) Dichtegradient in der Tiefsee die entscheidende Rolle. Allgemein kann man bei vorhandener Bodentopographie zusätzliche instabile Moden erwarten.

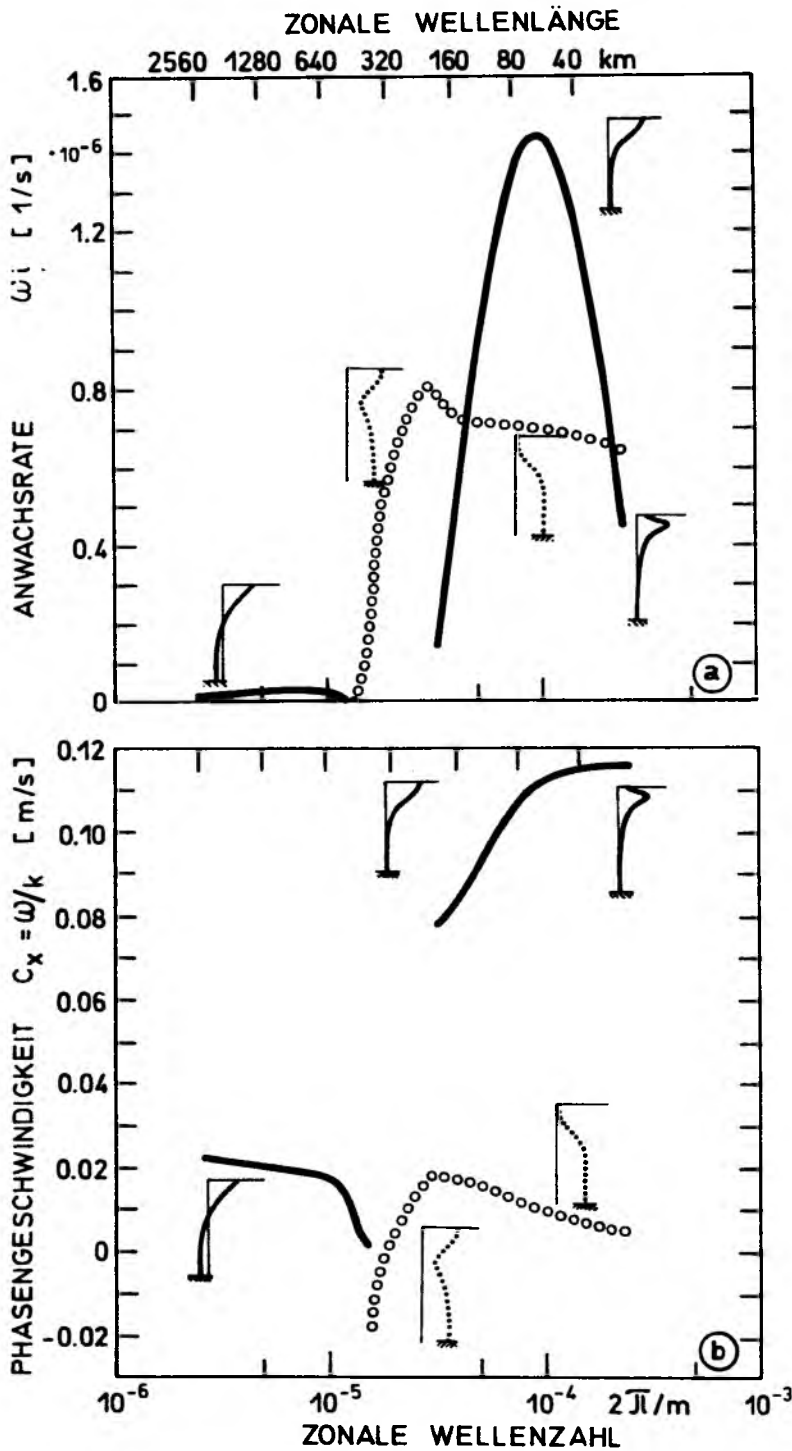


Abb. 4-13 (a) Anwachsrate und (b) zonale Phasengeschwindigkeiten instabiler Schermoden in Abhängigkeit von der zonalen Wellenlänge. Durchgezogene Kurve: Oberflächenmoden; unterbrochene Kurve: Tiefseemoden. Retrograde Ausbreitung ist lediglich für (vorwiegend barotrope) Tiefseemoden zwischen 500 und 300 km Wellenlänge möglich.

4.4 Nichtlineare Transferprozesse

In den vorausgegangenen Abschnitten wurden lediglich die instabilen Lösungen des linearisierten quasigeostrophischen Systems betrachtet. Die meisten Eigenfunktionen des Systems (4.1) sind jedoch stabil. Auf die Betrachtung der stabilen Moden wurde hier im Rahmen der linearisierten Theorie verzichtet, da die Anwachszeitskalen von etwa 10 Tagen sicherlich häufig zu einer Dominanz der vertikalen und meridionalen Struktur der instabilen Moden führen werden. In einem realen System kann jedoch eine durch den Anteil der vorhandenen stabilen Wellen modifizierte oder gar dominierte Vertikalstruktur vorliegen. Diesem Sachverhalt wird in den folgenden nichtlinearen Studien Rechnung getragen werden.

Wie schon kurz angesprochen, besteht eine wesentliche Einschränkung des linearisierten Modells im Hinblick auf Instabilitätsbetrachtungen in der Zeitunabhängigkeit des Grundzustandes. Im nichtlinearen Modell steht den anwachsenden Wellen kein derart unbegrenztes Reservoir an potentieller Energie zur Verfügung, aus dem die Instabilitäten ihre Energie beziehen können. Die Anwachsrate, soweit man im Anfangsstadium der Instabilität davon sprechen kann, werden daher immer geringer sein, insbesondere, da zusätzlich ein Transfer zwischen den beteiligten Spektralkomponenten stattfinden kann.

Darüber hinaus sind zyklische, quasistationäre Zustände möglich, wenn der nichtlineare Transfer zwischen den Wellenzahlen solche begünstigt. Die wesentliche Erweiterung zu den vorigen Abschnitten also stellt die Berücksichtigung der nichtlinearen Transferprozesse dar. Daneben läßt jedoch auch die Betrachtung der vollständig vierdimensionalen Struktur der Dynamik zusätzliche Effekte erwarten.

In seiner grundlegenden Arbeit über die Dynamik veränderlicher Strömungen im Ozean hat RHINES (1977) die Eigenschaften des quasigeostrophischen Systems hinsichtlich der nichtlinearen Wellen und der Turbulenz dargestellt. Dabei sind folgende Ergebnisse für die vorliegenden Modellrechnungen aus physikalischen und numerischen Gründen interessant: im barotropen Mode fließt die Energie zu längeren Skalen (rote Kaskade); Enstrophie zu kleineren Skalen. Darüber hinaus kann man in vielen Fällen durch Umwandlungsprozesse zwischen den internen und externen Komponenten der Strömung auf Skalen des Rossby-Radius eine Energiekaskade zum barotropen Mode hin erwarten.

Im Rahmen der numerischen Modellierung geben quasigeostrophische Turbulenzstudien auf der β -Ebene Aufschluß über nichtlineare Wechselwirkungen, sowie Energie- und Enstrophiekaskaden im nichtlinearen Regime.

In einer barotropen Version wurden derartige Turbulenzstudien von RHINES (1975) sowie BRETHERTON & HAIDVOGEL (1976) durchgeführt. Neuere Arbeiten stammen von HUA (1986) mit einem Modenmodell. Die Hauptaussagen derartiger Untersuchungen betreffen die Transferprozesse zwischen den Horizontalskalen sowie die Umverteilung von Energie in der Vertikalen unter besonderer Berücksichtigung von Bodentopographie und Oberflächenanregung.

Um die Eigenschaften des in Kapitel 3 vorgestellten nichtlinearen Modells darzustellen, werden zunächst einige Testrechnungen durchgeführt, die im wesentlichen Studien zur freien Turbulenz auf der β -Ebene darstellen. Eingehende physikalische Interpretationen der Ergebnisse eines geringer auflösenden Modells finden sich bei OWENS & BRETHERTON (1978) sowie OWENS (1979) für simulierte Wirbelaktivität.



Abb. 4-14 Anfangsfeld für die Turbulenzexperimente. Die Randeinteilung zeigt die horizontale Auflösung von $128 \cdot 128$ Punkten für einen Gitterabstand von 10 km. Die Bandbreite des vorgegebenen 'weißen Rauschens' umfaßt den Bereich von 40 bis 1280 km.

Die vorgegebenen Anfangsfelder setzen sich horizontal aus einem 'weißen Rauschen' mit einer zufallsverteilten Phasenbeziehung zusammen (Abb. 4-14). Um eine enge Anbindung an die linearisierten Betrachtungen zu gewährleisten, wird in der Vertikalen wiederum Strömungsprofil 2 für Dichteschichtung 2 (siehe Anhang A8) zugrundegelegt. Gerechnet wurden ein Fall schwacher Nichtlinearität ($U_{\text{rms}} = 5 \text{ cm/s}$) und ein Fall mit starker Nichtlinearität ($U_{\text{rms}} = 30 \text{ cm/s}$). Allgemein erwartet man, daß die Kaskade bei einer β -Rossby-Zahl von 1, also bei einer Horizontal-skala von

$$(4.23) \quad L_{\beta} = \sqrt{U_{\text{rms}}/\beta}$$

sehr viel ineffektiver wird; hier findet der Übergang zu schwach nicht-linearen Wechselwirkungen in Form von 'resonanten Triaden' statt. Größere Wellenlängen unterliegen dem β -Effekt und wandern als Rossby-Wellen westwärts. Die Grenzwellenlänge beträgt für den schwach nichtlinearen Fall etwa 100 km, im stark nichtlinearen Fall etwa 250 km.

Die zeitliche Integration des Turbulenzexperiments umfaßt 180 Tage. Einige Ergebnisse sind in Abb. 4-15 und 4-16 dargestellt.

Die Horizontalstruktur im turbulenten Regime wird jeweils von den erwarteten Skalen beherrscht. Die Vertikalstruktur, ausgedrückt durch die beiden horizontalen Felder in unterschiedlichen Tiefen, zeigt im ersten Fall eine Zunahme der Wellenlängen in der Tiefsee. Die größere Stabilität in den oberen Schichten führt zu einer größeren Stabilitätsfrequenz, die wiederum mit kleineren Skalen gekoppelt ist, im Sinne der Rossby-Wellen. Das bedingt jedoch, daß nicht jede Struktur in der Oberflächenschicht eine Entsprechung in der Tiefsee findet, so daß im Falle schwach nichtlinearer Turbulenz auch nach einem halben Jahr lokal starke vertikale Scherungen auftreten. Im zweiten Experiment entwickelt sich eine starke Kohärenz zwischen der Oberfläche und der Tiefsee.

In den Spektren der kinetischen Energie (Abb. 4-15c; 4-16c) erkennt man im mesoskaligen Bereich zwischen der Grenzwellenlänge L_{β} und dem Rossby-Radius einen spektralen Abfall proportional zu k^{-4} . Der reibungsbeeinflusste Teil des Spektrums jenseits des Rossby-Radius weist eine Abhängigkeit von k^{-6} auf.

Die vertikale Amplitudenverteilung auf der Grenzwellenlänge L_β zeigt, daß die kleinskaligere Turbulenz des nahezu linearen Systems weit mehr an das Dichteprofil angepaßt ist als die stark nichtlineare.

Generell bestätigen die spektralen Eigenschaften des Modells die gängigen Vorstellungen von horizontaler Turbulenz.

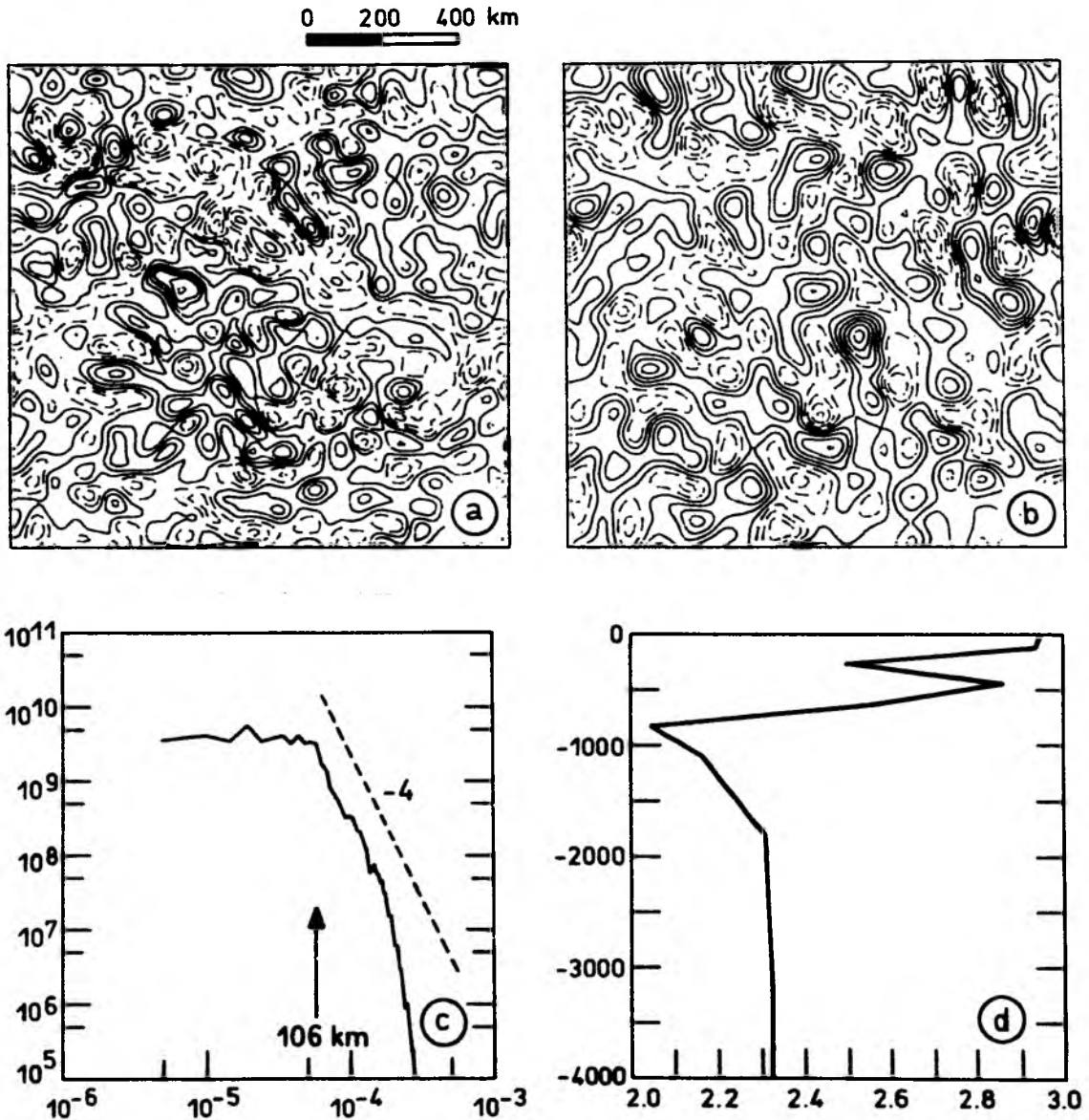


Abb. 4-15 Einige Charakteristika des Turbulenzexperiments 1 (schwach nichtlinear) nach 180 Tagen Integration:

- (a) Stromfunktion in 32 m Tiefe
- (b) Stromfunktion in 3164 m Tiefe,
- (c) Spektrum der kinetischen Energie
- (d) Vertikalprofil der Amplitude der Grenzwellenlänge L_β

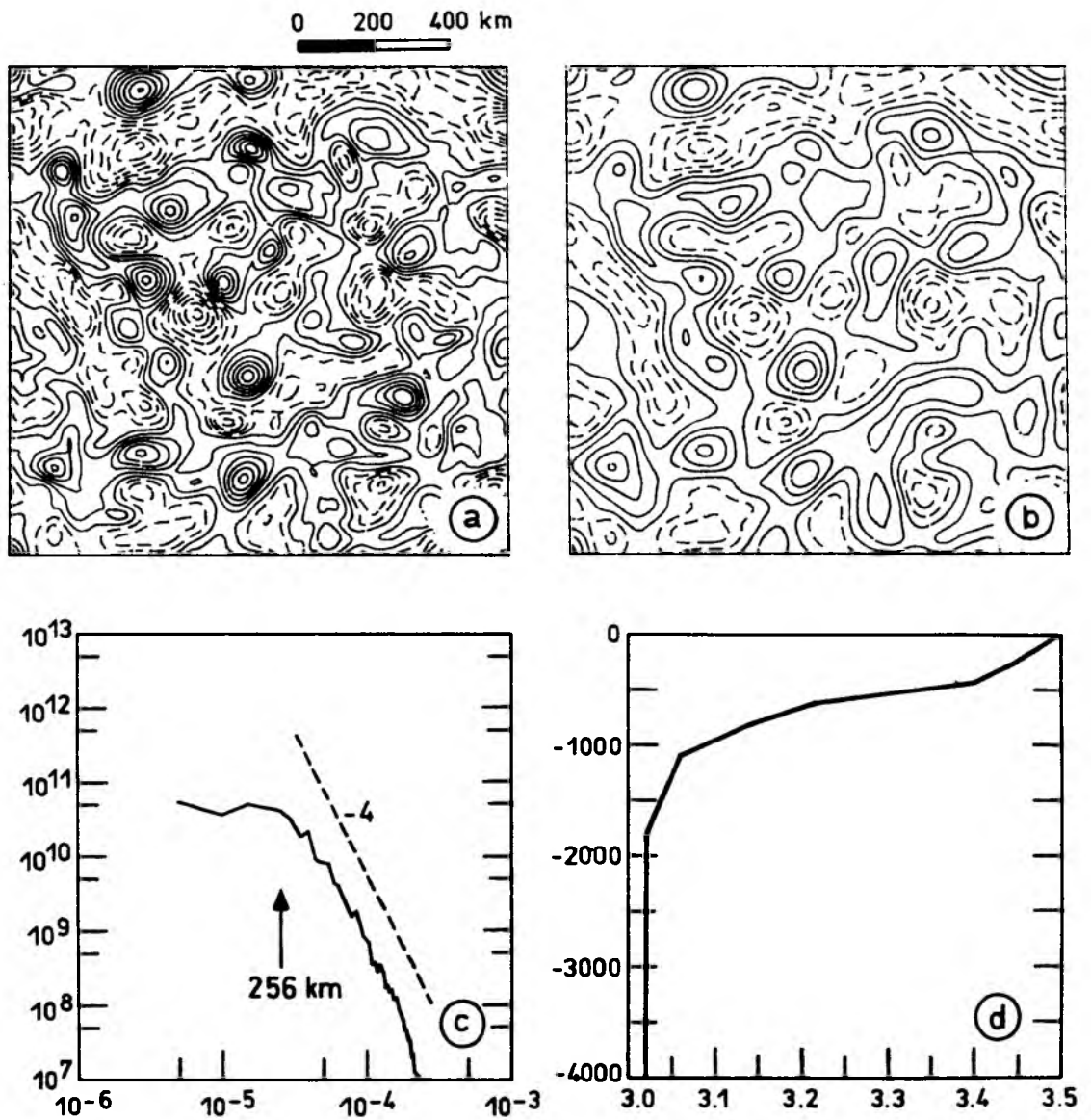


Abb. 4-16 Einige Charakteristika des Turbulenzexperiments 2 (stark nichtlinear) nach 180 Tagen Integration:

- (a) Stromfunktion in 32 m Tiefe
- (b) Stromfunktion in 3164 m Tiefe
- (c) Spektrum der kinetischen Energie
- (d) Vertikalprofil der Amplitude der Grenzwellenlänge L_β

4.5 Frontaljet-Instabilität

Zu Beginn dieses Kapitels wurden die beobachteten bandartigen Strukturen im ozeanischen Strömungsfeld erwähnt. Aufgrund der in diesen Zonen auftretenden größeren Geschwindigkeiten und Scherungen kann man intensive Instabilitätsprozesse erwarten.

Die vollständige Gleichung (4.1) bzw. (4.4) wird benutzt für die Berechnung instabiler 'Jetmoden' für vertikal und meridional gescherte Grundströmungen. Um Vergleiche mit dem nichtlinearen Modell zu ermöglichen, wird eine 9-Level-Version gewählt und die meridionale Abhängigkeit an 64 Punkten mit einer Gitterdistanz von 10 km berechnet (Details siehe Anhang A2).

Für die Atmosphäre hat SIMMONS (1974) in einem quasigeostrophischen 2-Schichten Modell die Meridionalskala barokliner Instabilität untersucht. Er fand, daß die Breite des Jets die Meridionalskala der instabilen Welle bestimmt. Darüber hinaus stammt eine umfassende Parameterstudie gemischter Instabilität idealisierter ozeanischer Strömungen von HOLLAND & HAIDVOGEL (1980). Sie betrachten in einem 2-Level-Modell mit 20 km horizontaler Gitterdistanz in ihrem zentralen Experiment einen Jet mit 60 cm/s und finden eine maximal instabile Welle von etwa 400 km mit einer Anwachsrate von $0.8 \cdot 10^{-6}$ 1/s. Die hier verwendete Methode ist nahezu identisch, mit folgenden Modifikationen und Erweiterungen: statt fester Ränder im Norden und Süden werden die Randbedingungen entsprechend der im numerischen Modell verwendeten horizontalen Periodizität spezifiziert; weiterhin gestattet die vorliegende gute horizontale Auflösung die Vernachlässigung jeglicher Reibung. Wesentlich hingegen erscheint der dritte Unterschied: die vertikale Auflösung umfaßt 9 Schichten.

Grundlage ist jeweils ein gaussischer Zonaljet von 20 cm/s an der Oberfläche mit einer Meridionalskala von 50 km und der Vertikalstruktur 2 über Dichteschichtung 2 (siehe Anhang A7). Die vorgegebene Wellenlänge der Störung beträgt 80 km. Eine Berechnung der Umgebungsvorticity-Gradienten zeigt, daß lediglich in den oberen 500 m barotrope Instabilität zu erwarten ist.

Die nachfolgende Abbildung 4-17 zeigt die meridionale und vertikale Amplitudenstruktur instabiler Jetmoden und vermittelt gleichzeitig einen Eindruck, welcher Klasse von Vertikalstruktur die instabile Mode zugeordnet werden muß. Gezeigt werden lediglich die beiden physikalisch bedeutsamsten oberflächen-intensivierten Jetmoden: die mit der größten Anwachszeitskala von etwa 15 Tagen besitzt ihr Maximum direkt über der Jetachse und fällt nach außen in der Amplitude rasch ab. Sie kann ihre Energie direkt aus der Maximalströmung beziehen. Moden mit weiter von der Jetachse entfernt liegenden Amplitudenmaxima zeigen dementsprechend auch geringere Anwachsrate. Es gibt symmetrische und antisymmetrische Moden; auf die teilweise sehr komplexe Phasenbeziehung ist aus Gründen der Übersichtlichkeit in dieser Darstellung verzichtet worden. Grundsätzlich gilt jedoch wiederum die Vorwärtsneigung der Phase in der Vertikalen als Voraussetzung für Instabilität.

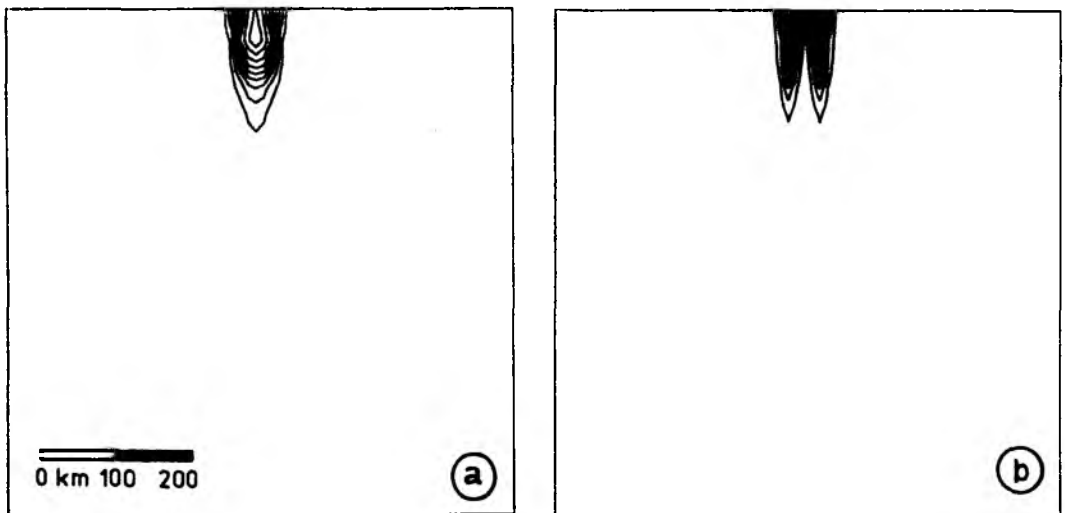


Abb. 4-17 Meridionale und vertikale Struktur der Amplitude instabiler Jetmoden. Die zonale Wellenlänge beträgt 80 km.

(a) die maximal instabile Mode

$$c_x = 11.3 \text{ cm/s}; \omega_i = 0.74 \cdot 10^{-6} \text{ 1/s}$$

(b) Mode 2. Ordnung in meridionaler Richtung (antisymmetrisch)

$$c_x = 6.5 \text{ cm/s}; \omega_i = 0.42 \cdot 10^{-6} \text{ 1/s}$$

Die Phaseninformation ist der Übersichtlichkeit halber nicht mit abgebildet.

KILLWORTH (1980) wies darauf hin, daß ein Vergleich der meridional ungescherten Lösungen mit den Anwachsrate von Jetmoden nicht uneingeschränkt möglich ist. Jetmoden berücksichtigen die Dreidimensionalität, während instabile Schermoden ihre Energie lediglich aus der Vertikalen ziehen können. Dadurch wird jegliche zonale Komponente aus dem Instabilitätsprozeß eliminiert und gleichzeitig die Meridionalskala der instabilen Welle als unendlich ausgedehnt angenommen. PEDLOSKY (1975) fand, daß diese rein zonalen Wellen wiederum leicht selbst instabil werden, so daß eine Welle mit meridionaler Struktur eventuell schneller wächst als eine rein zonale. Dieses Phänomen bezieht sich jedoch auf Skalen, die kürzer als der lokale Rossby-Radius sind. In der Atmosphäre (mit ihrem deutlich größeren Deformationsradius) und auch in äquatornahen Regionen des Ozeans spielen diese Effekte sicherlich eine Rolle.

Im Gegensatz dazu findet man jedoch für das hier betrachtete Jetmodenproblem auf der Mesoskala, daß für breitere Jets auch größere Anwachsrate gefunden werden, da das Reservoir an verfügbarer Energie größer ist. Abbildung 4-18 zeigt die Abhängigkeit der Anwachsrate von der Querskala des Jets. Im Grenzfall verschwindender Meridionalstruktur erhält man die Anwachsrate der Schermoden-Instabilität. Darüber hinaus findet man im betrachteten Skalenbereich eine lineare Abhängigkeit der Anwachsrate instabiler Jetmoden von der Amplitude des Jets.

Auf diese Weise ist es prinzipiell auch möglich, die 'effektive Geschwindigkeit' eines Frontaljets zu definieren, d.h. diejenige Geschwindigkeit einer rein vertikal gescherten Strömung, die die gleiche Instabilität produziert, wie das aktuelle vertikal wie auch meridional gescherte Strömungsprofil. Damit kann einem Frontaljet eine Geschwindigkeit zugeordnet werden, die seiner Möglichkeit zur Instabilität entspricht: ein relativ schmaler Jet mit großer Amplitude kann für eine vorgegebene (mesoskalige) Wellenlänge ebensolche Anwachsrate hervorbringen wie ein relativ breiter Jet mit geringerer Amplitude.

Barotrope Instabilität spielt also offenbar nur in den oberflächennahen Schichten eine Rolle und ist für die vertikal strukturierten Moden zu vernachlässigen. Dieses Ergebnis wird im nichtlinearen Modell anhand einer barotropen Simulation zu überprüfen sein.

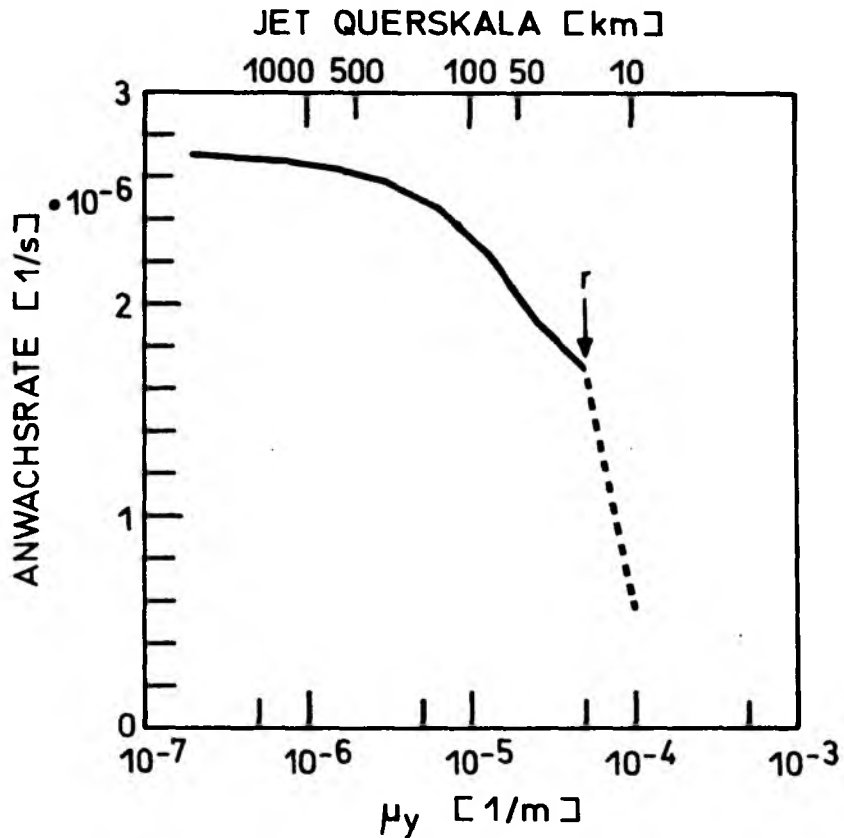


Abb. 4-18 Abhängigkeit der Anwachsrate von der Querskala des Zonaljets.
Der unterbrochene Teil der Kurve bezieht sich auf die hier nicht näher untersuchten Jets mit Querskalen kleiner als der Rossby-Radius.

Zusammenfassend ergibt sich folgendes Bild aus der vertikalen und meridionalen Struktur der Jetmoden und ihrer Anwachsrate: für typische Schichtung und Strömung im Nordostatlantik treten zwei Klassen von instabilen Wellen auf, eine an der Oberfläche intensivierte und eine mit großen Amplituden in der Tiefsee. Die spezielle Form hängt vom Zusammenwirken von Schichtung und Stromscherung ab. Die relativ schnellen Moden an der Oberfläche besitzen die größten Anwachsrate. Im Falle einer Jetströmung dominiert im linearisierten System zumindest auf den hier betrachteten Skalen barokline Instabilität die barotropen Instabilitätsprozesse ganz deutlich. Die niedrigste Ordnung in meridionaler Richtung mit einem Maximum direkt über dem Jet ist am instabilsten.

Jet-Instabilität in der Atmosphäre ist Gegenstand zahlreicher Untersuchungen (ORLANSKI, 1968; SIMMONS & HOSKINS, 1976; SHAPIRO, 1981). Dabei setzt die Kugelgeometrie besondere Akzente. Sie führt zum Beispiel auch für meridional ungescherte Strömungen zu einer Meridionalstruktur der instabilen Wellen. Die geographische Breite der mittleren Jetachse bestimmt maßgeblich die Form der Instabilität (BAINES & FREDERIKSEN, 1978).

Numerische Modelle der nichtlinearen Instabilität einer jetartigen Strömung im Ozean orientierten sich lange Zeit vornehmlich an den Parametern der westlichen Randströme und ihrer Fortsetzungen. Diese wurden mit vertikal gering auflösenden Modellen untersucht. Erwähnenswert sind die Arbeiten von IKEDA (1981) und IKEDA & APEL (1981). MUDRICK (1974) sowie in einer neueren Arbeit ONKEN (1986) beschreiben Instabilitätsprozesse in den oberen Schichten des Ozeans auf noch kleineren Skalen als den hier betrachteten.

KIELMANN & KÄSE (1987) hingegen simulieren erstmals mit einem vertikal hochauflösenden (11-Level-)PE-Modell die mesoskalige Mäanderbildung (am Beispiel der Azorenstromregion). Die hier durch geführten Rechnungen können zu einem Vergleich der unterschiedlichen Modelltypen herangezogen werden. Für eine β -Rossby-Zahl von etwa 3 und eine Burger-Zahl von 0.58 finden sie für eine Anregung eines Zonaljets mit sinusförmigen Störungen eine maximale Anwachsskala von 8 Tagen bei einer Wellenlänge von etwa 120 km. Die Vorgabe einer isolierten Trog/Rücken-Auslenkung führt zur Mäanderbildung stromabwärts.

Die Beschränkung auf den mesoskaligen Bereich von 50 - 500 km in dieser Untersuchung erfordert neben der Parametrisierung der kleinskaligen Prozesse (Abschnitt 3.4) auch eine Aussage über das 'Hintergrundfeld' mit seiner deutlich größeren Horizontalskala. Im linearisierten System war der Grundzustand ein zonaler Jet. Für das nichtlineare Modell ist dieser Jet jedoch lediglich der Anfangszustand: das Hintergrundfeld wird durch das mittlere Zonaltransportprofil (siehe Abschnitt 3.2) vorgegeben. Der dieser Strömung zugrundeliegende meridionale Dichtegradient kann dabei als Ergebnis der großräumigen Zirkulation betrachtet werden. Wesentliche Voraussetzung für ein vollständig nichtlineares Regime ist, daß das Hintergrundfeld selbst einer Modifikation durch die mesoskaligen Felder unterliegt, da sonst lediglich ein spezielles linearisiertes

System vorliegt (siehe Abschnitt 3.5). Bei der Vorgabe des mittleren Feldes sollte dennoch darauf geachtet werden, daß das Hintergrundfeld selbst nicht als Quelle von Energie dienen kann, indem es die Bedingung für barokline Instabilität erfüllt. Zwar wird das Modell in der vorliegenden Formulierung diese vertikalen Scherungen durch nichtlineare Rückwirkung reduzieren, bis keine Möglichkeit zur Instabilität mehr vorliegt; die Betrachtung extern erzeugter instabiler Hintergrundfelder ist jedoch nicht Gegenstand dieser Untersuchung.

Zur Ermittlung der maximal instabilen Wellenlängen eines Frontaljets im explizit zeitabhängigen, dreidimensionalen und nichtlinearen Modell wird die stabile zonale Strömungsstruktur mit einem Feld zufallsverteilter Störungen kleiner Amplitude überlagert.

Der meridional und vertikal gescherte Zonaljet aus den linearisierten Untersuchungen (siehe Anhang A4 und A7) wurde auf einer Bandbreite von 40 - 1280 km mit 1 % der Strömungsamplitude (also maximal 0.2 cm/s) gestört. Dies führt nach etwa 60 Tagen zu ersten 'sichtbaren' Abweichungen von der Zonalität; nach 180 Tagen zu einer deutlichen Dominanz der im nichtlinearen Fall maximal instabilen Wellenlänge und zu Mäandern von etwa 100 - 120 km zonaler Wellenlänge.

Da die maximal instabile Jetmode ihr Amplitudenmaximum an der Oberfläche besitzt, bewirkt eine stochastische, zeitabhängige Anregung durch eine Ekman-Vertikalgeschwindigkeit kleiner Amplitude im Wellenzahlbereich von 320 bis 1280 km ein gleichartiges Anwachsen dieser Mäanderskala.

Grundsätzlich findet man bei stochastisch angeregten stabilen Zonaljets erst nach etwa 180 Tagen eine sichtbare Dominanz der maximal instabilen Welle. Daher scheint es gerechtfertigt, isolierte Störungen zu betrachten (siehe auch KIELMANN & KÄSE, 1987).

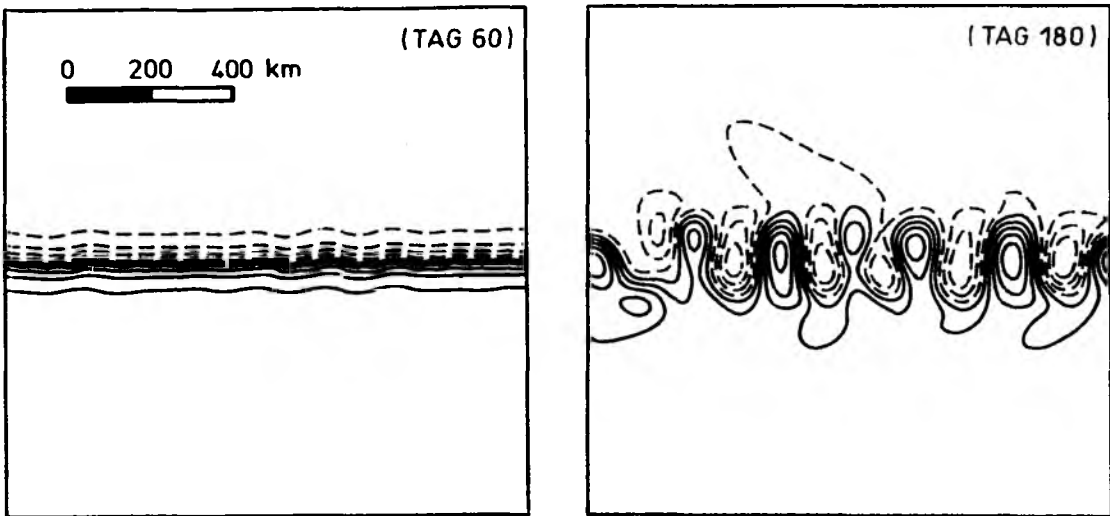


Abb. 4-19 Externe Stromfunktion für das Experiment mit zufallsverteilten Anfangsstörungen: (a) nach 60 Tagen; (b) nach 180 Tagen.

Eine zum linearisierten System analoge Betrachtung monochromatischer sinusoidaler Störungen des Jets als Anfangszustand könnte zur Definition einer 'äquivalenten' Anwachsrate führen, die dem Amplitudenzuwachs der vorgegebenen Welle entspricht. Wählt man dabei die meridionale und vertikale Struktur der Störung entsprechend der maximal instabilen Jetmode (für den linearisierten Zonaljet gleicher Form) und gibt eine sehr geringe Amplitude vor, so ergibt sich eine nahezu identische Abhängigkeit der Anwachsrate von der Wellenlänge wie im linearisierten System (siehe Abb. 4-4). Für größere Amplituden hingegen bewirken die nichtlinearen Terme einen Transfer von Energie auf andere Skalen, die für die Anwachsrate unberücksichtigt bleiben, so daß eine Berechnung von Anwachsrate des nichtlinearen Systems zum Vergleich mit linearisierten Ergebnissen nicht sinnvoll erscheint.

Von diesen Betrachtungen ausgehend, wird weiterhin die Abhängigkeit von der vertikalen Auflösung auch im nichtlinearen Modell betrachtet. Da in der Level-Formulierung bei unterschiedlicher vertikaler Auflösung die Felder in den betrachteten Niveaus nicht direkt miteinander zu vergleichen sind, da sie in verschiedenen Tiefen betrachtet werden, ist lediglich der externe Mode abgebildet (Abb. 4-20). Der vertikalintegrierte

Massentransport durch das Gebiet beträgt für alle Modell-Läufe 10 Sverdrup. Diese Vorgabe bedingt wesentlich geringere Geschwindigkeiten für die Modell-Läufe mit geringer vertikaler Auflösung. Ausgangspunkt ist die Vorgabe einer isolierten Störung mit 25 km meridionaler Auslenkung (Anhang A5). Die Anpassung dieser Störung an die nichtlinearen Terme ist innerhalb von etwa 10 Tagen abgeschlossen (siehe auch Abschnitt 3.3).

Das vertikalintegrierte Modell zeigt in Ansätzen ein Abstrahlen von externer Rossby-Wellen-Energie und darüber hinaus eine nahezu stationäre Störung, die mit nur 0.9 cm/s ostwärts verlagert wird. Die maximale Strömung des Jets beträgt 2.5 cm/s, so daß es sich relativ zur Umgebung um eine westwärtige Ausbreitung von 1.6 cm/s handelt. Barotrope Instabilität ist im vorliegenden Fall bei derart geringen Maximalgeschwindigkeit von untergeordneter Bedeutung.

Im minimal baroklinen Modell (2-Level) führt die Anfangsstörung bei einer Maximalgeschwindigkeit der oberen Schicht von etwa 13.6 cm/s zu wellenförmigen Schwingungen der Jetachse. Ein nennenswertes Mäanderwachstum mit etwa 250 km Meridionalamplitude tritt jedoch erst im Modell mit 3 Leveln auf.

In noch höher auflösenden Modellversionen erreicht die Amplitude sogar 350 km bei einer dominanten zonalen Wellenlänge von 200 km. Die eigentliche Störung (definiert durch das Divergenzgebiet östlich des Mäanderzuges) wandert dabei mit etwa 5 cm/s stromabwärts. Die Auswirkungen der Störung hingegen laufen dem Ereignis voraus (mit 15.7 cm/s). Die linearisierte Theorie liefert eine Phasengeschwindigkeit von 11.3 cm/s (Abb. 4-17a) und eine Anwachsrate von $0.74 \cdot 10^{-6}$ 1/s (entspricht einer Zeitskala von 15.6 Tagen) für eine Welle mit 80 km Wellenlänge. Die Unterschiede resultieren zum Teil aus der isolierten Horizontalstruktur der Anfangsstörung, sind jedoch im wesentlichen Ausdruck der nichtlinearen Terme.

Deutlich wird die Notwendigkeit einer vertikal hochauflösenden Modellierung. Eine weitere Vergleichsrechnung mit einem horizontalen Gitterabstand von 5 km und einer um den Faktor 4 verringerten biharmonischen Reibung zeigt durch nicht zu unterscheidende Resultate, daß die Wahl der Reibungsparametrisierung keinen nennenswerten Einfluß auf die mesoskaligen Prozesse hat und daß die horizontale Auflösung der vertikalen angemessen ist und für die betrachteten Prozesse ausreicht.

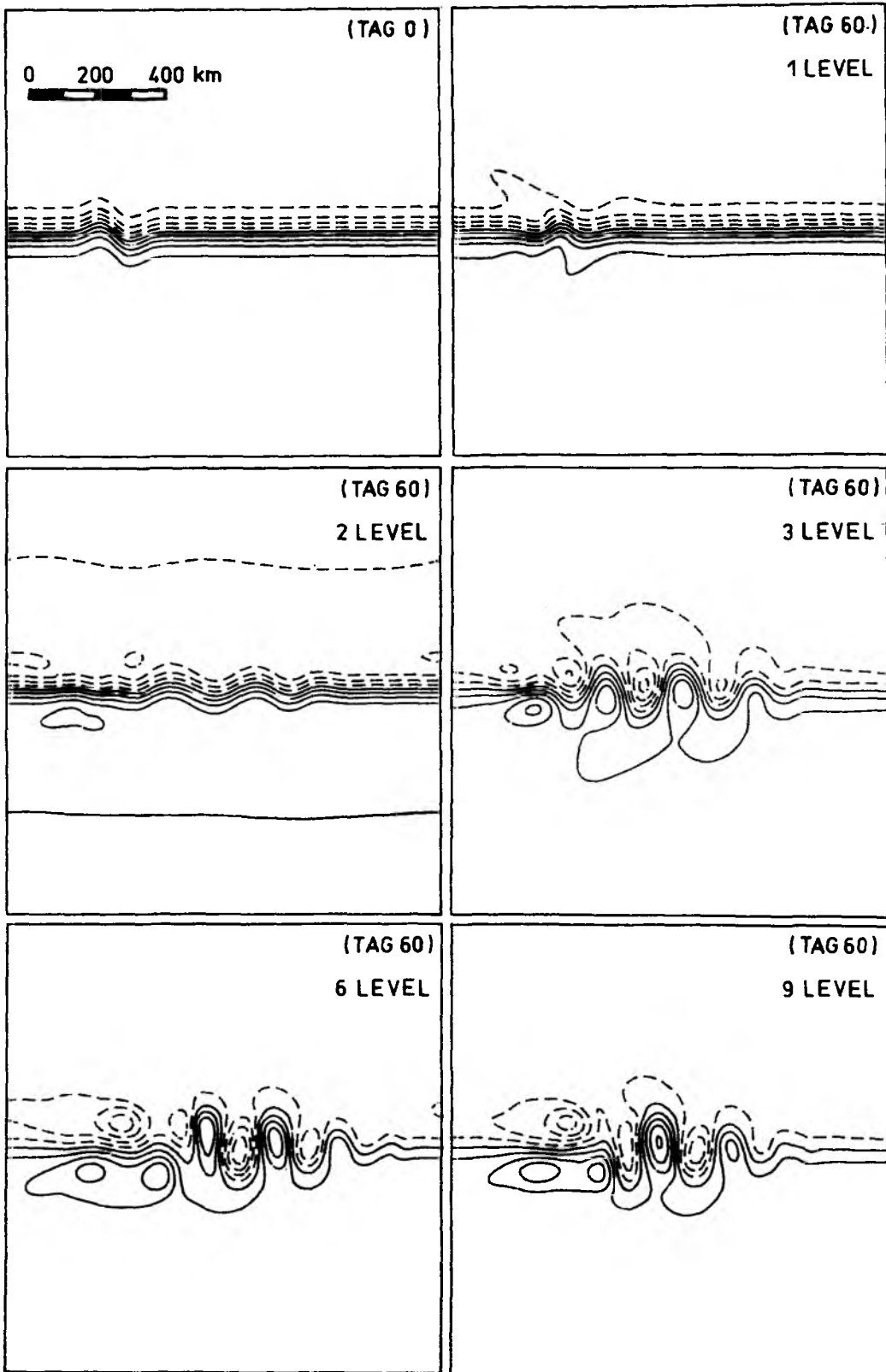


Abb. 4-20 Entwicklung einer lokalen Anfangsstörung bei unterschiedlicher vertikaler Auflösung. Isolinienabstand: 1-, 2-Level: $300 \text{ m}^2/\text{s}$; 3-Level: $600 \text{ m}^2/\text{s}$; 6-Level: $800 \text{ m}^2/\text{s}$; 9-Level $900 \text{ m}^2/\text{s}$.

Die 9-Level-Simulation aus Abb. 4-20 stellt gleichzeitig eine Vergleichsrechnung zu den Studien von KIELMANN & KÄSE (1987) dar. Abgesehen von den konzeptionellen Unterschieden (siehe Kapitel 2) liefern beide Modelle ein in zeitlicher und räumlicher Hinsicht gleichartiges Anwachsen einer Mäanderstörung. Allerdings finden die ausgesprochen starken Rezirkulationsregionen beiderseits des Jets im QG-Modell keine Entsprechung im PE-Modell.

Offensichtlich ist eine hochauflösende Modellierung mesoskaliger Dynamik mit einem quasigeostrophischen Modell (bis auf die in Kapitel 2 erwähnten Einschränkungen) eine akzeptable Möglichkeit, um beobachtete Skalen und Anwachsrate zu bestimmen und einen ersten Überblick über die weitere Entwicklung einer vorgefundenen Situation zu erhalten. Die relativ überschaubare Dynamik der quasigeostrophischen Theorie liefert darüber hinaus fundamentale Einsichten in die beteiligten Prozesse. Da die Behandlung der horizontalen Advektion im Modell von großer Bedeutung für die zu verwendenden Reibungsparameter ist, besitzt das hier vorgestellte Spektralmodell deutliche Vorteile gegenüber einem 'Finite-Differenzen'-Modell.

Auch die nichtlinearen Rechnungen deuten auf eine Dominanz barokliner Instabilität und den großen Einfluß der Vertikalstruktur hin. Will man die Bedeutung barotroper Instabilität abschätzen, erscheinen die Ergebnisse des vertikalintegrierten (1-Level-)Modells jedoch unbefriedigend.

Als ein Spezialfall soll daher ein dichte proportionales Vertikalprofil der Strömung vorgegeben werden. Der Jet besitzt wiederum eine Maximalgeschwindigkeit von 20 cm/s an der Oberfläche, ist in seiner Vertikalstruktur aber linear abhängig von der mittleren Dichteschichtung. Der Zonaltransport ist auf 10 Sverdup ostwärts normiert. Das damit vorgegebene (und nicht übermäßig unrealistisch erscheinende) Strömungsprofil setzt sich also aus dem vertikalintegrierten (oder externen) Anteil und einem zusätzlichen dichte proportionalen Anteil zusammen.

Folgende Betrachtung zeigt, daß barokline Instabilität erst nach sehr langer Zeit auftreten kann: wird die Stromfunktion aus Gleichung (2.34) in die Dichtegleichung (2.16) eingesetzt, so ergibt sich

$$(4.24) \quad a_t + J(b, a) = -gw(x, y) \text{ ,}$$

so daß also ohne externe Anregung und Topographie die Vertikalgeschwindigkeit identisch verschwindet: das System bleibt scheinbar barotrop.

Durch die nichtlinearen Terme der Vorticity-Gleichung (2.15) werden jedoch auch Vertikalstrukturen proportional zu ρ_r^n produziert. Im Hinblick auf die Möglichkeit barokliner Instabilität ist jedoch festzustellen, daß diese durch die geringe Dichteveriation mit der Tiefe zumindest für den hier betrachteten Zeitraum nicht bedeutsam werden kann.

Abb. 4-21 zeigt neben dem Vertikalprofil der Strömung die zeitliche Entwicklung einer vorgegebene Störung anhand des externen Mode. Das Anfangsfeld erfüllt die Bedingung für barokline Instabilität nicht. Wie erwartet, kommt es aufgrund der geringen Horizontalgeschwindigkeit lediglich zu einer Wellenbildung durch barotrope Instabilität. Die Störungen von 240 km Wellenlänge wandern mit etwa 7 cm/s stromabwärts.

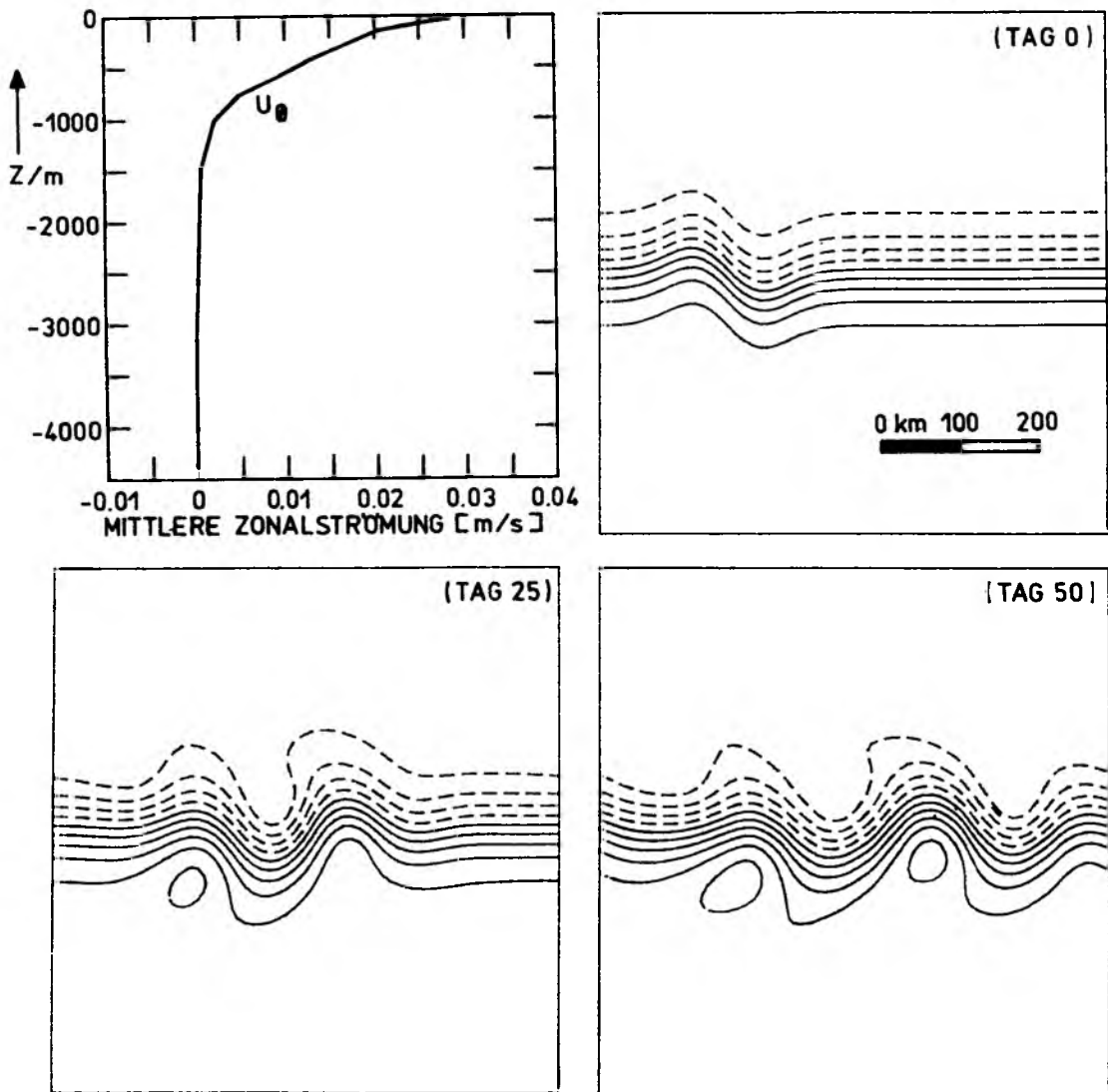


Abb. 4-21 Externe Stromfunktion im zeitlichen Verlauf für ein Experiment mit dichte proportionalem Strömungsprofil.

Die Existenz eines derartigen, über lange Zeiträume hinweg stabilen Strömungsprofils ist auf die Annahme einer zeitlich unveränderlichen Referenzdichte und der Vernachlässigung der vertikalen Störungsdichteadvektion zurückzuführen und damit ein 'künstlicher' Effekt des quasigeostrophischen Systems. Inwiefern auch ein PE-Modell vertikal gescherte, über längere Zeiträume hinweg barotrope Lösungen besitzt, ist nicht bekannt.

Abschließend kann man feststellen, daß für dieses mesoskalige quasigeostrophische Regime barotrope Instabilität nur zu einem recht geringen Anteil zum Anwachsen der Mäander beiträgt.

Der mit der Instabilität zonaler Jets eng zusammenhängende Prozeß der Frontogenese ist in der Meteorologie sehr ausführlich untersucht worden (HOSKINS & BRETHERTON, 1972; HOSKINS, 1976; HOSKINS & WEST, 1979): aufgrund ihrer Bedeutung für die Vorhersage nimmt die Frontogenese selbst einen relativ großen Raum in der meteorologischen Literatur ein. Im Ozean sind diese Prozesse häufig in analoger Weise anzutreffen.

Auf die Frage der Definition einer Front geht SHAPIRO (1981) ein: es kann sich um Diskontinuitäten im horizontalen Temperaturgradienten, in statischer thermischer Stabilität, in der seitlichen oder vertikalen Windscherung oder in der potentiellen Vorticity handeln.

Grundsätzlich müssen als fronten-erzeugende Mechanismen horizontale Deformation und horizontale Scherung, sowie vertikale Deformation und differentielle vertikale Bewegung angesehen werden.

Mit Fronten ist stets eine sekundäre Zirkulation verbunden: Aufwärtsbewegung an der warmen Seite der Front, Abwärtsbewegung an der kalten Seite. Den Unterschied zwischen Warm- und Kaltfronten bedingt die Vorwärtsneigung der Isothermen mit der Höhe: Kaltfronten besitzen steilere Gradienten. Die vertikale Phasenverschiebung der Dichte ist ein substantieller Bestandteil einer baroklinen anwachsenden Welle (HOSKINS & HECKLEY, 1981). Eine Unterscheidung zwischen 'Kalt'- und 'Warm'-Front kann es im QG-System jedoch nicht geben (siehe Abschnitt 2.3).

Die Bedeutung der Vertikalgeschwindigkeit soll anhand einiger Betrachtungen des 2-Level-Modells verdeutlicht werden.

Geht man von einem vollständig linearen Regime aus und betrachtet die Tendenzen der Dichteadvektion, so sieht man, daß lediglich eine Westausbreitung als Rossby-Wellen möglich ist. Lineare barokline Rossby-Wellen zeichnen sich durch eine 180° Phasenverschiebung der Stromfunktion zwischen den beiden Schichten aus; die Extrema der Vertikalgeschwindigkeit sind um 90° verschoben (an der Ostseite einer Hochdruckzelle findet Aufwärtsbewegung statt). Diese Phasenbeziehung zwischen den Tiefenniveaus kann durch eine Grundströmung so gestört werden, daß Instabilität möglich wird. Daneben jedoch bewirkt eine ostwärtige Advektion von wenigen cm/s die Ausbreitung der Vertikalgeschwindigkeits-Strukturen.

Die Problematik bei der numerischen Modellierung der Vertikalgeschwindigkeit liegt in der (verglichen mit den Horizontalgeschwindigkeiten) geringen Amplitude und in ihrer Kleinskaligkeit. HOSKINS & BRETHERTON (1972) ordneten dementsprechend die Vertikalgeschwindigkeiten einer sub-mesoskaligen 'Frontalskala' zu, die etwa eine Größenordnung kleiner ist als die des Deformationsfeldes, das zur Frontogenese führt. Daher wird in numerischen Modellen für Frontogenese-Studien eine hohe horizontale Auflösung benötigt. Generell ist die Vertikalgeschwindigkeit ein bei Frontogeneseprozessen entscheidender Faktor, der von numerischen Modellen nur unzureichend erfaßt wird (BLUMEN, 1980).

Ein erster Blick auf die Vertikalgeschwindigkeit soll sich daher auf eine relativ überschaubare 2-Level-Version beziehen. Abb. 4-22 zeigt die zeitliche Entwicklung des Feldes der Vertikalgeschwindigkeit für eine isolierte Störung in Form einer Trog/Rücken-Auslenkung. An den Ostseiten des Hochdruckgebietes findet Abwärtsbewegung statt, an den Ostseiten der Tiefdruckgebiete herrscht eine aufwärtsgerichtete Strömung. Unter den nordwärts gerichteten Stromarmen werden die Dichteflächen angehoben und verursachen damit eine Ostwärtsverlagerung der Antizyklogen.

Im zeitlichen Verlauf wird einerseits das Vertikalgeschwindigkeitsmuster des Anfangszustandes ostwärts advehiert; daneben entstehen durch vorauslaufende Wellen weitere Zellen mit Vertikalbewegung stromabwärts.

In einem Modell mit 9-Leveln wird aufgrund der höheren vertikalen Moden das w -Feld zunehmend kleinskaliger, wie später an einem Beispiel noch gezeigt werden wird. Häufig ist es daher sinnvoller, andere Größen (z.B. die Divergenz der in Abschnitt 2.3 erwähnten Q -Vektoren) zur Abschätzung der Vorticity-Tendenzen zu benutzen (HOSKINS & PEDDER, 1980).

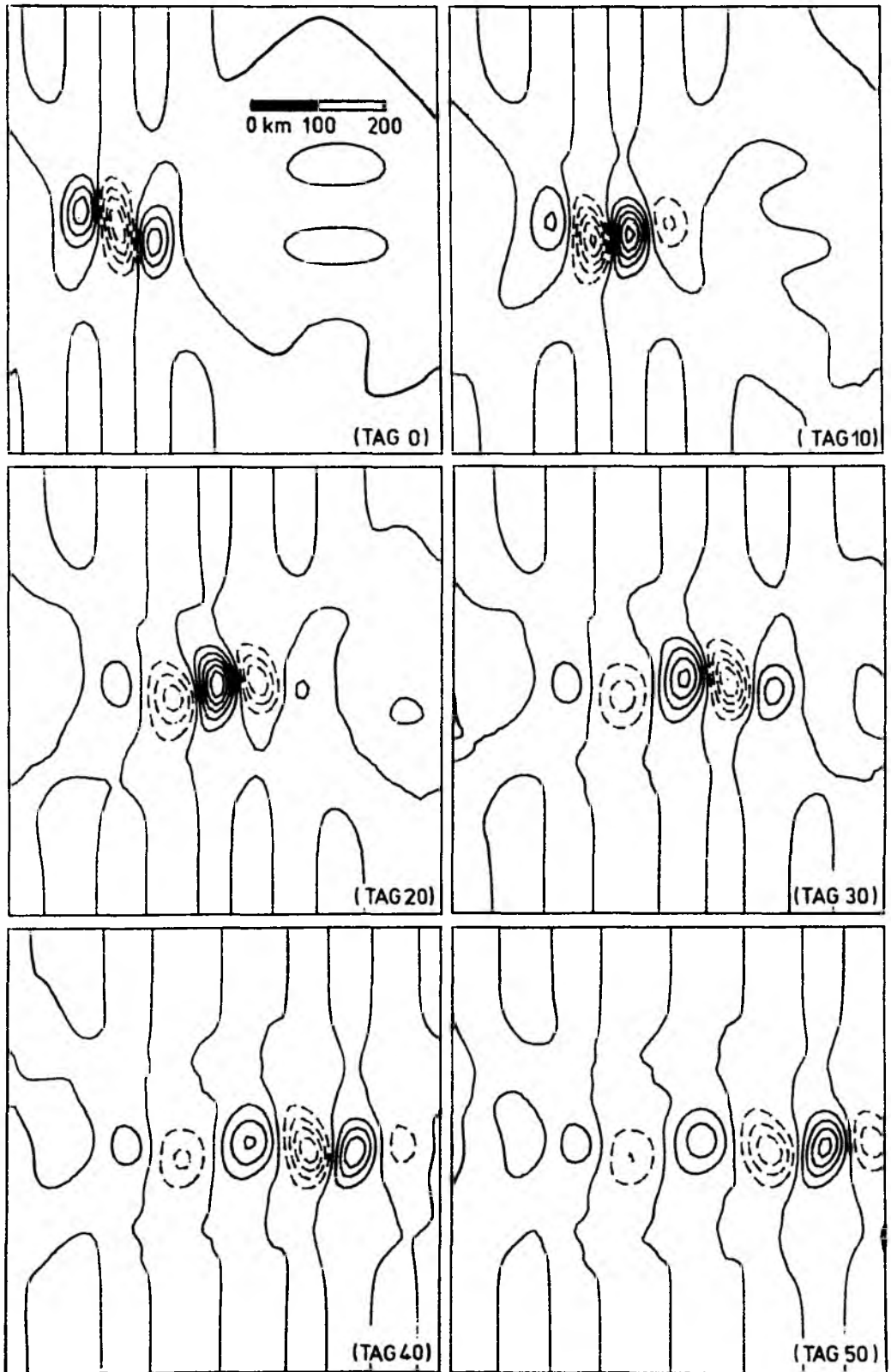


Abb. 4-22 Vertikalgeschwindigkeit im 2-Level-Modell im zeitlichen Verlauf. Isolinienabstand 10^{-5} m/s. Abwärtsbewegung gestrichelt.

5. SIMULATION DER AZORENFRONT-INSTABILITÄT

5.1 Zur Hydrographie des Kanaren-Beckens

Nach den in Kapitel 4 durchgeführten Instabilitäts-Studien mit mehr prinzipiellem Charakter sollen nun im Rahmen der Anwendung des Modells auf eine spezielle hydrographische Situation die Abläufe quasigeostrophischer Instabilitätsprozesse detailliert betrachtet werden.

Als Beispiel dient die Region zwischen den Azoren und den Kanarischen Inseln im Nordostatlantik; es handelt sich um ein etwa 1000•1000 km großes Seegebiet, dessen Topographie in weiten Teilen als sehr eben angenommen werden kann (Abb. 5-1). Die dort in den letzten Jahren häufig und intensiv durchgeführten hydrographischen Vermessungen deuten auf die Dominanz einer instabilitäts-erzeugten Variabilität hin.

Darüber hinaus legen die Ergebnisse der Modellrechnungen von KIELMANN & KÄSE (1987) nahe, daß es sich um eine Region handelt, in der barokline Instabilität von Bedeutung und aufgrund der geringen Horizontalgeschwindigkeiten die vertikale Struktur ausschlaggebend ist.

Neben einem ausgeprägten Wirbelfeld trifft man im Kanaren-Becken das Frontalsystem des Azorenstroms als ein persistentes Phänomen an. Die mittlere Position dieses ostwärtigen Jets befand sich im Frühjahr 1982 bei etwa 34° N. Die typischen Längenskalen der Dynamik des Gebietes ergeben sich sowohl aus hydrographischen Schnitten, aus hochauflösenden hydrographischen Feldvermessungen (KÄSE et al., 1985) als auch aus Korrelationsrechnungen für zweidimensionale Satellitenaufnahmen der Meeresoberflächentemperatur (VIEHOFF, 1987) zu etwa 80 - 140 km.

Für die Simulation der Verhältnisse im Kanaren-Becken wird von einer geringfügig modifizierten Dichteschichtung ausgegangen. Grundlage liefert die 'Poseidon-Box' (KÄSE & RATHLEV, 1982), wonach sich unterhalb von 1500 m kaum noch nennenswerte Dichteunterschiede befinden. Dadurch verschieben sich die Nullstellen der höheren vertikalen Moden nach oben.

Die mittlere Strömung besitzt eine Stromumkehr in 800 m und einen negativen Gradienten in der Tiefsee bis zum Boden (KÄSE et al., 1986). Um möglichst realistische Ergebnisse zu erhalten, wird die mittlere Wassertiefe auf 4400 m festgesetzt. Die Festlegung einer angemessenen mittleren Wassertiefe ist ebenso wichtig wie die Annahme eines realistischen Tiefseegrradienten der mittleren Schichtung, da sich die Modelldiskreti-

sierung nach den Nullstellen einer Eigenfunktion höherer Ordnung richtet, die kritisch von diesen beiden Parametern abhängen. Der Azorenstrom selbst wird wiederum als gaussischer Jet mit 20 cm/s Maximalgeschwindigkeit und 50 km Halbwertsbreite vorgegeben. Der mittlere Zonaltransport beträgt 8 Sverdrup. Eine Auflistung der Modellparameter für diese Experimente findet sich in Anhang A9.

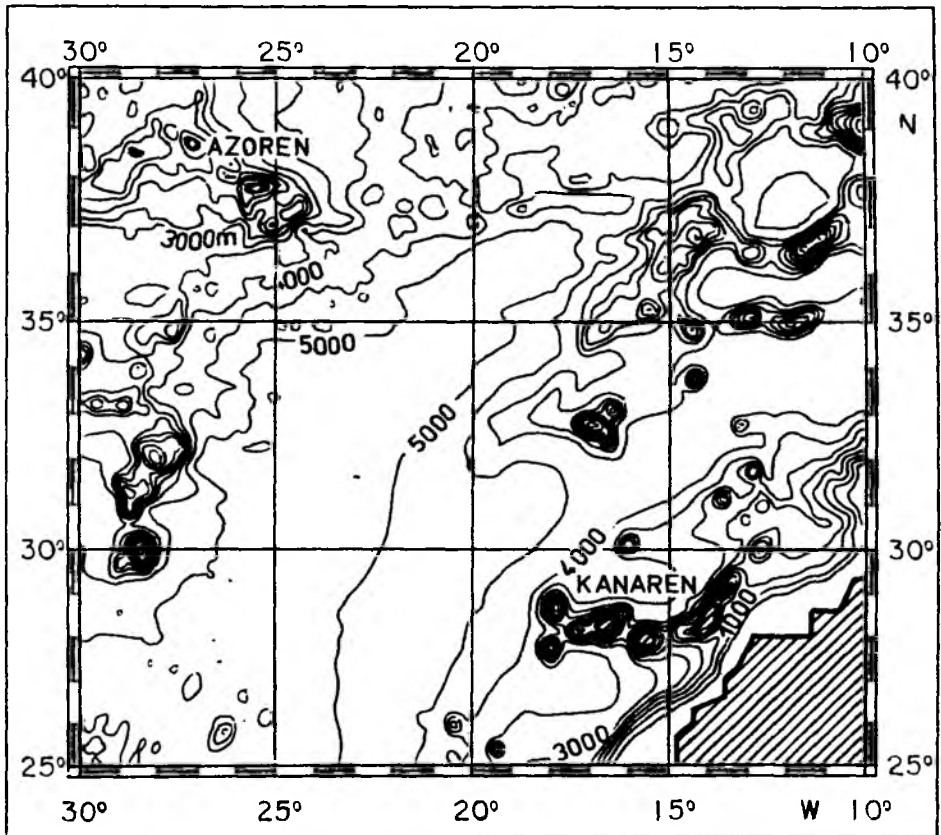


Abb. 5-1 Topographie des Nordostatlantiks mittlerer Breiten. Isolinienabstand 500 m.

Für instabile Strukturen im offenen Ozean gibt KILLWORTH (1980) ganz pauschal eine charakteristische Skala von 100 km und etwa 11 Tage als typische exponentielle Zeitskala an. Die Ergebnisse der linearisierten Studien in Kapitel 4 hingegen lassen noch etwas kleinere Skalen mit ähnlichen Zeitskalen erwarten.

Nach der Festlegung der Modelltiefenstufen gemäß der achten vertikalen Eigenfunktion wird zunächst für diese spezielle Situation eine Betrachtung der maximalen Wachstumsraten der Schermoden aller Spektralkomponenten im Modell (gemäß Abschnitt 4.3) durchgeführt. Abb. 5-2 zeigt die Bereiche instabiler Wellen und die entsprechenden maximalen Anwachsrate; man sieht, daß für diese Kombination aus Schichtung und Strömungsprofil im 'kontinuierlichen' Fall auch der Bereich sehr kurzer Wellen noch instabil ist. Diese Tatsache ist in erster Linie auf den negativen Strömungsgradienten am Meeresboden und den dadurch stark ausgeprägten bodenintensivierten instabilen Mode zurückzuführen. Diese Verhältnisse werden durch das 9-Level-Modell annähernd, durch weniger hoch auflösende Modelle fast gar nicht mehr repräsentiert. Wiederum erscheint die angemessene Berücksichtigung der Vertikalstruktur als unerlässlich für die realistische Simulation der Instabilitätsprozesse. Die maximal instabile Welle findet man bei 80 km zonaler Wellenlänge mit einer exponentiellen Anwachszeitskala von 4.8 Tagen. Dieser auch für eine Oberflächen-Mode unerwartet geringe Wert resultiert offensichtlich aus der sehr flachen Strömung (die Vertikalstruktur ist Abb. 5-10 zu entnehmen) mit einer Nullstelle in 800 m Tiefe.

Die räumliche Struktur der instabilen Jet-Moden zeigt neben den symmetrischen und antisymmetrischen Oberflächen-Moden (Abb. 5-3a,b) auch interne Strukturen und eine leicht instabile Mode mit annähernd barotroper Struktur außerhalb des Jets (Abb. 5-3c,d). Einen nennenswerten Beitrag zur Variabilität wird diese Mode jedoch erst nach langer Integrationszeit liefern. Die zonale Advektionsgeschwindigkeit der maximal instabilen Jetmode bei 80 km Wellenlänge beträgt etwa 7.15 cm/s ostwärts; die exponentielle Zeitskala beläuft sich auf 5.7 Tage. Auffällig ist besonders auch die geringe meridionale Skala dieser Jetmode.

Eine weitere Besonderheit bildet die retrograd wandernde instabile Welle: obwohl die maximal instabilen Schermoden prograd sind, gibt es für die gleiche zonale Wellenlänge auch retrograd laufenden Wellen, vorausgesetzt, es liegt eine Vorzeichenumkehr der Strömung in der Tiefsee vor. Diese Moden wandern mit etwa 0.5 cm/s nach Westen und haben typische Anwachszeitskalen von 50 Tagen. Die niedrigste Ordnung in meridionaler Richtung (direkt über dem Jet) besitzt die größte Anwachsrate.

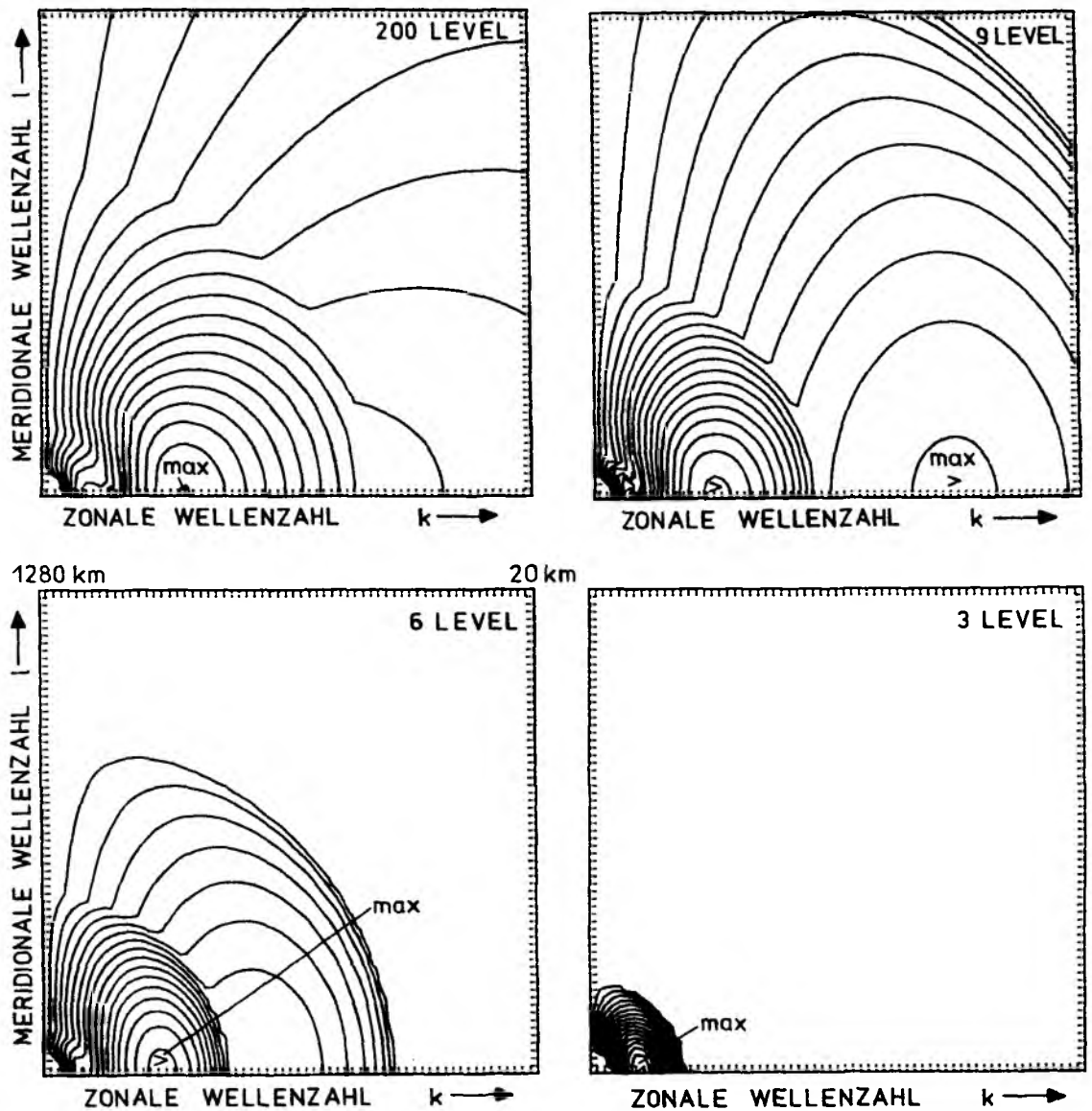


Abb. 5-2 Abhängigkeit der maximalen Anwachsrate aller Spektralkomponenten im 64×64 Wellenzahlen-Modell mit 10 km Gitterdistanz von der vertikalen Auflösung für die Kanaren-Becken-Parameter (siehe Anhang A9). Wellenzahl 1 entspricht 1280 km, Wellenzahl 64 bedeutet 20 km Wellenlänge.

- (a) 200 Level; 'kontinuierlicher' Fall
- (b) 9 Level; Eigenfunktionsdiskretisierung
- (c) 6 Level
- (d) 3 Level

Isolinienabstand $0.15 \cdot 10^{-6}$ 1/s.

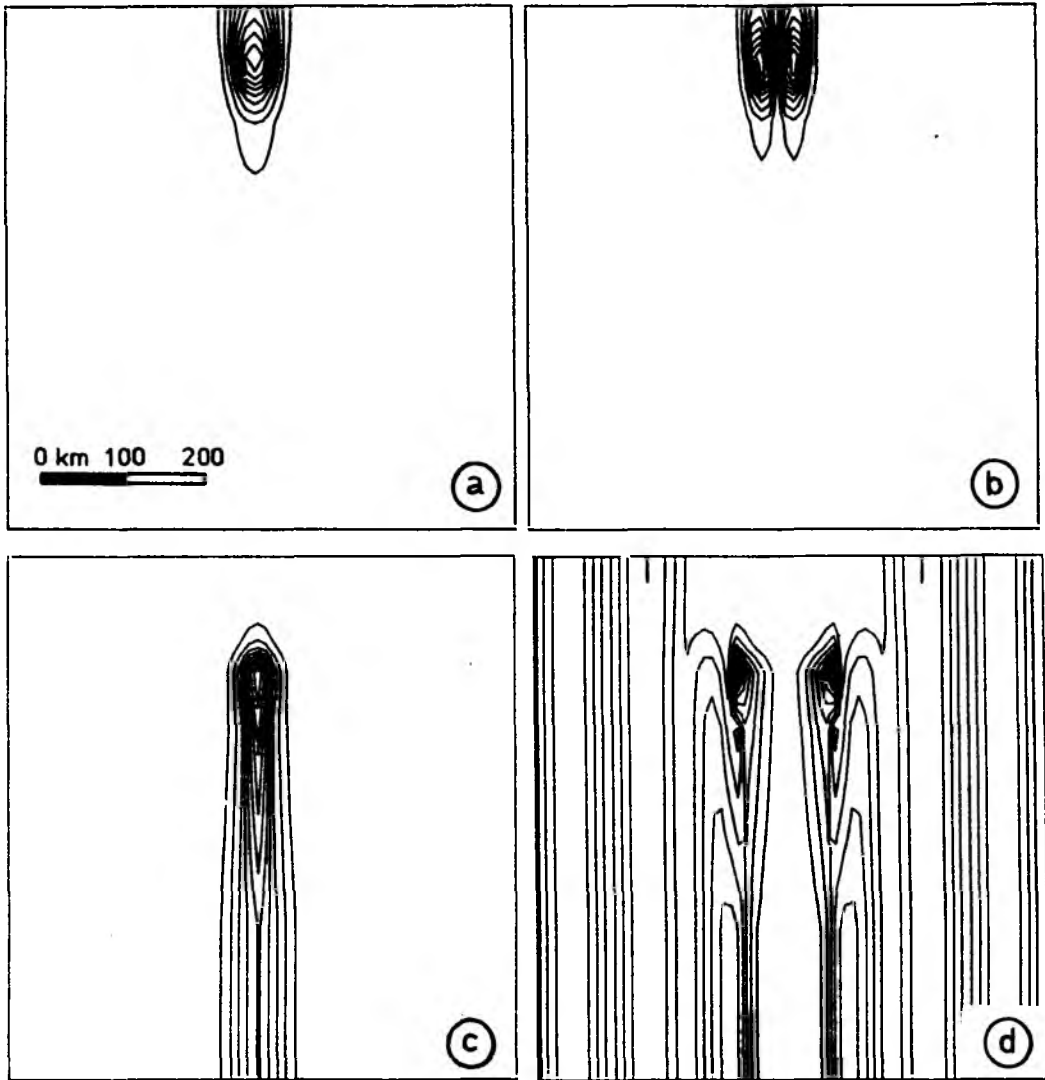


Abb. 5-3 Meridionale und vertikale Struktur der Amplitude instabiler Jetmoden. Die zonale Wellenlänge beträgt 80 km.

a) die maximal instabile Mode

$$c_x = 7.15 \text{ cm/s}; \omega_i = 2.04 \cdot 10^{-6} \text{ 1/s}$$

b) Mode 2. Ordnung in meridionaler Richtung (antisymmetrisch)

$$c_x = 6.80 \text{ cm/s}; \omega_i = 1.07 \cdot 10^{-6} \text{ 1/s}$$

c) die maximal instabile retrograde Mode

$$c_x = -0.54 \text{ cm/s}; \omega_i = 2.06 \cdot 10^{-7} \text{ 1/s}$$

d) eine Mode mit barotropem Anteil außerhalb des Jets

$$c_x = -0.26 \text{ cm/s}; \omega_i = 2.62 \cdot 10^{-8} \text{ 1/s}$$

Die Phaseninformation ist der Übersichtlichkeit halber nicht mit abgebildet.

Nach den Ergebnissen der Turbulenzstudien in Abschnitt 4.4 erwartet man, daß sich im nichtlinearen Modell das Maximum der Wirbelenergie von der Skala der maximal instabilen Welle (80 km) zu jener Grenzwellenlänge L_β hin verlagert, für die der Effekt des planetarischen β bedeutsam wird (hier etwa 240 km).

Kombinierte barotrop-barokline Instabilität wird mit dem 'thin-jet'-Modell von ROBINSON et al. (1975) untersucht. Dabei handelt es sich um eine integrale Formulierung der Jetdynamik unter Berücksichtigung der Vertikalstruktur in der Näherung $L \gg 1/\mu_y$, was für den mesoskaligen Bereich nur bedingt Gültigkeit besitzt. Eine Grenze der Instabilität bei kurzen Wellen soll nach FLIERL & ROBINSON (1984), die mit diesem Modell das Mäandrieren schmaler Jets untersuchten, bei

$$L^2 = 4 \pi^2 \iint u^2 dy dz / \iint \beta u dy dz$$

existieren; dieses Kriterium ergibt für den vorliegenden Fall eine minimale Wellenlänge für Instabilität von etwa 200 km, liegt also im Bereich der Werte anderer Abschätzungen. Allerdings sollen sich diese Mäander überwiegend westwärts bewegen.

5.2 Die Entwicklung einer isolierten Störung

Für die Simulation eines Kaltwasserausbruchs an der Azorenfront wird eine isolierte Störung in Form einer trog/rücken-förmigen Auslenkung vorgegeben. Die detaillierte horizontale Form findet sich in Anhang A5. Die schon angesprochene Symmetrie im quasigeostrophischen Modell bedingt bei einer Vertauschung von Trog und Rücken an der mittleren Jetachse gespiegelte Strukturen.

Zunächst wird die zeitliche Entwicklung der Stromfunktion im Bereich der oberen Wassersäule (hier in 442 m Tiefe) betrachtet (Abb. 5-4). Die Anfangsstörung mit einer dominanten Zonalskala von etwa 200 km wandert stromabwärts, doch neben der reinen Advektion beginnt die Bildung von Mäandern durch vorauslaufende Wellen kürzerer Wellenlänge.

Dieser Vorgang entwickelt sich ab Tag 20 der Integration lebhafter: inzwischen haben sich durch die unterschiedlich starke Advektion in den einzelnen Schichten Phasenverschiebungen der Strukturen mit der Tiefe ergeben. In den Energiezeitreihen findet man von Tag 25 an eine zunehmende Umwandlung von potentieller in kinetische Energie.

Die Mäanderbildung erfolgt derart heftig, daß ab Tag 40 ein Ablösen isolierter Strukturen nördlich und südlich der mittleren Jetachse stattfindet.

Nach 50 Tagen Integration sind die Mäander aufgrund der Periodizität des Modellgebietes von Westen her in das Gebiet hineingewandert und beginnen, mit den vorhandenen Strukturen in Wechselwirkung zu treten. Außerdem nähern sich die abgelösten Wirbel den meridionalen Rändern des Gebietes, so daß die Simulation abgebrochen wird.

Inzwischen hat die β -Rossby-Zahl im Bereich der Meridionalströmungen und für die abgelösten Wirbel einen Wert von etwa 10 erreicht. Die Strömungsamplituden sind lokal um den Faktor 2 bis auf 40 cm/s angewachsen. Der Transport in dieser Schicht ist in einzelnen Mäandern (mit geschlossenen, rezirkulierenden Wirbeln) gegenüber der Ausgangssituation um 50 % verstärkt.

Die gleichzeitige Betrachtung des Dichtefeldes zwischen Schicht 4 und 5 (in 529 m Tiefe) (Abb. 5-5) vermittelt eine genauere Vorstellung von den ablaufenden frontogenetischen Prozessen. Auffälligstes Merkmal des

sich entwickelnden Mäandern ist die Frontverschärfung. Zunächst führt eine Verstärkung der Dichtegradienten an den meridionalen Zweigen der Mäander durch verstärkte Advektion zu einer Vergrößerung der Mäanderamplitude (Tag 30). Die Ablösung der Wirbel selbst geht mit einer Verstärkung der lokalen Dichteanomalie einher, die ihre Ursache in einer Vertikalbewegung haben muß.

Die Ablösung von Einzelwirbeln ist nach den vorausgegangenen Simulationen in Kapitel 4 und insbesondere im Hinblick auf die Ergebnisse der Modellrechnungen von KIELMANN & KÄSE (1987) ein unerwartetes Ergebnis für ein Strömungsregime mit anfänglich maximalen Geschwindigkeiten von nur 20 cm/s. Die rein meridional ausgerichteten Stromarme entwickeln im Zusammenhang mit ihrer kleinen Querskala erhebliche Geschwindigkeiten, so daß in dieser Phase der Instabilität auch der barotrope Mechanismus zum Tragen kommt. So ergeben sich nach 50 Tagen lokal Geschwindigkeiten von über 40 cm/s an der Oberfläche.

Die Wirbelablösung erinnert in ihrer Struktur sehr an die Ergebnisse der Modellrechnungen von IKEDA & APEL (1981), die mit einem quasigeostrophischen 2-Schichten Modell für den Golfstrom ebenfalls Instabilitätsbetrachtungen isolierter Störungen durchgeführt haben. Dort fand eine Ablösung von Wirbeln lediglich im stark baroklinen Fall statt und die Autoren kommen zu dem Schluß, daß zur Wirbelablösung ein schwacher β -Effekt und starke barokline Instabilität zusammenwirken müssen. Der auf einen westlichen Randstrom bezogene Jet besaß jedoch eine Maximalgeschwindigkeit von 1.4 m/s (bei einer β -Rossby-Zahl von 10 und einer Burger-Zahl von 1) und ihre Ergebnisse sind mit dem hier zu betrachtenden Fall (typische Maximalgeschwindigkeiten von 20 cm/s und 50 km Querskala des Jets) nur eingeschränkt vergleichbar.

In der Tat legt jedoch die Betrachtung des Dichtefeldes der oberen Wassersäule (Abb. 5-5) nahe, daß das Abschnüren von Wirbeln ganz analog zu dem im Golfstrombereich beobachteten erfolgt (FUGLISTER & WORTHINGTON, 1951). Offenbar ist also der Prozeß der Ablösung eines Wirbels nicht ausschließlich auf das Zusammenwirken von großen Horizontalgeschwindigkeiten mit entsprechenden vertikalen Scherungen gebunden, sondern kann auch an schwächer ausgeprägten Frontalzonen für spezielle Stromprofile mit Strömungsumkehr und negativem Gradienten am Boden auftreten.

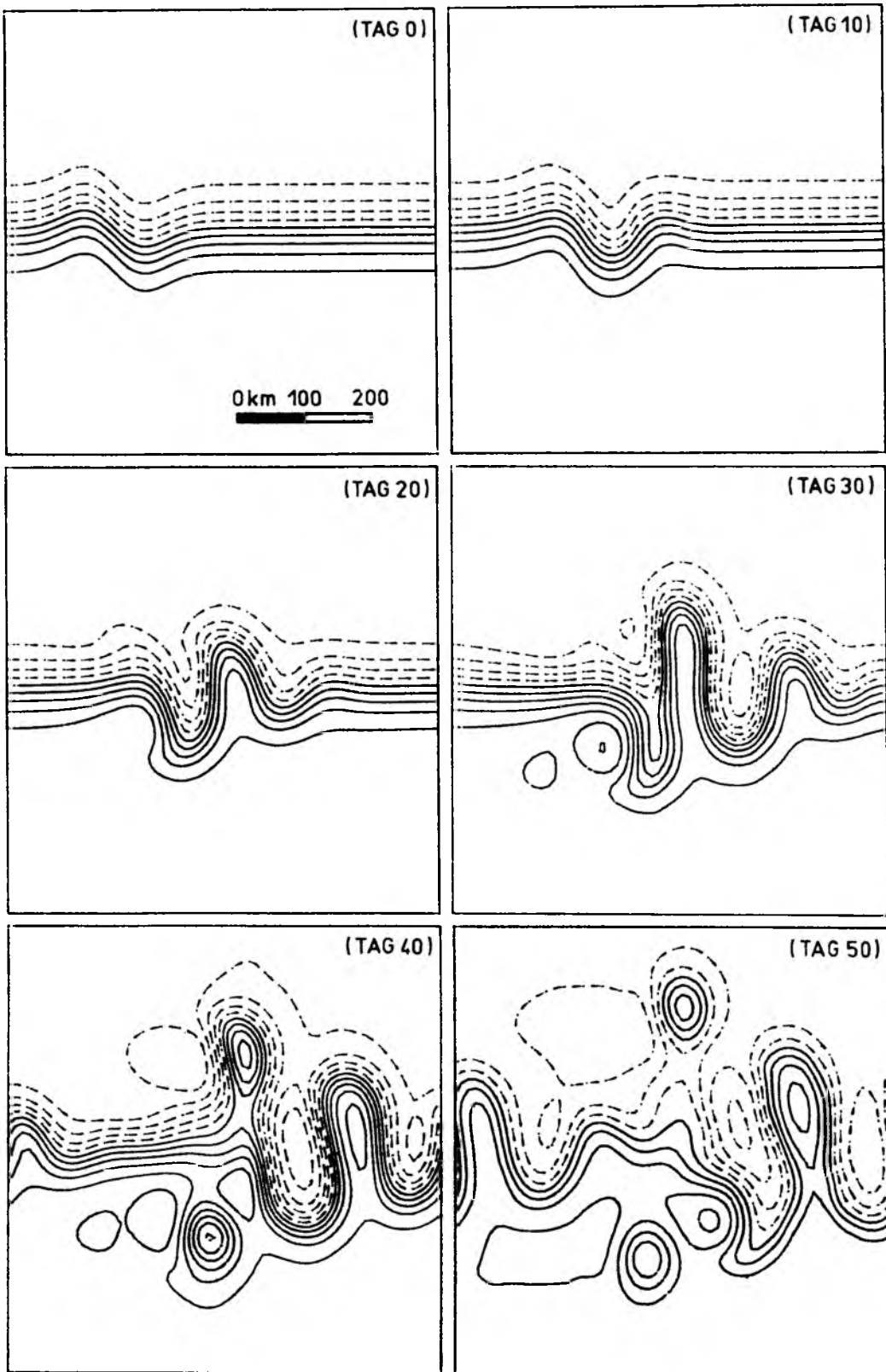


Abb. 5-4 Zeitliche Entwicklung der Stromfunktion in Schicht 4 (442 m) für den Zonaljet mit trog/rücken-förmiger Anfangsstörung. Isolinenabstand: $2000 \text{ m}^2/\text{s}$; Tag 50: $3000 \text{ m}^2/\text{s}$.

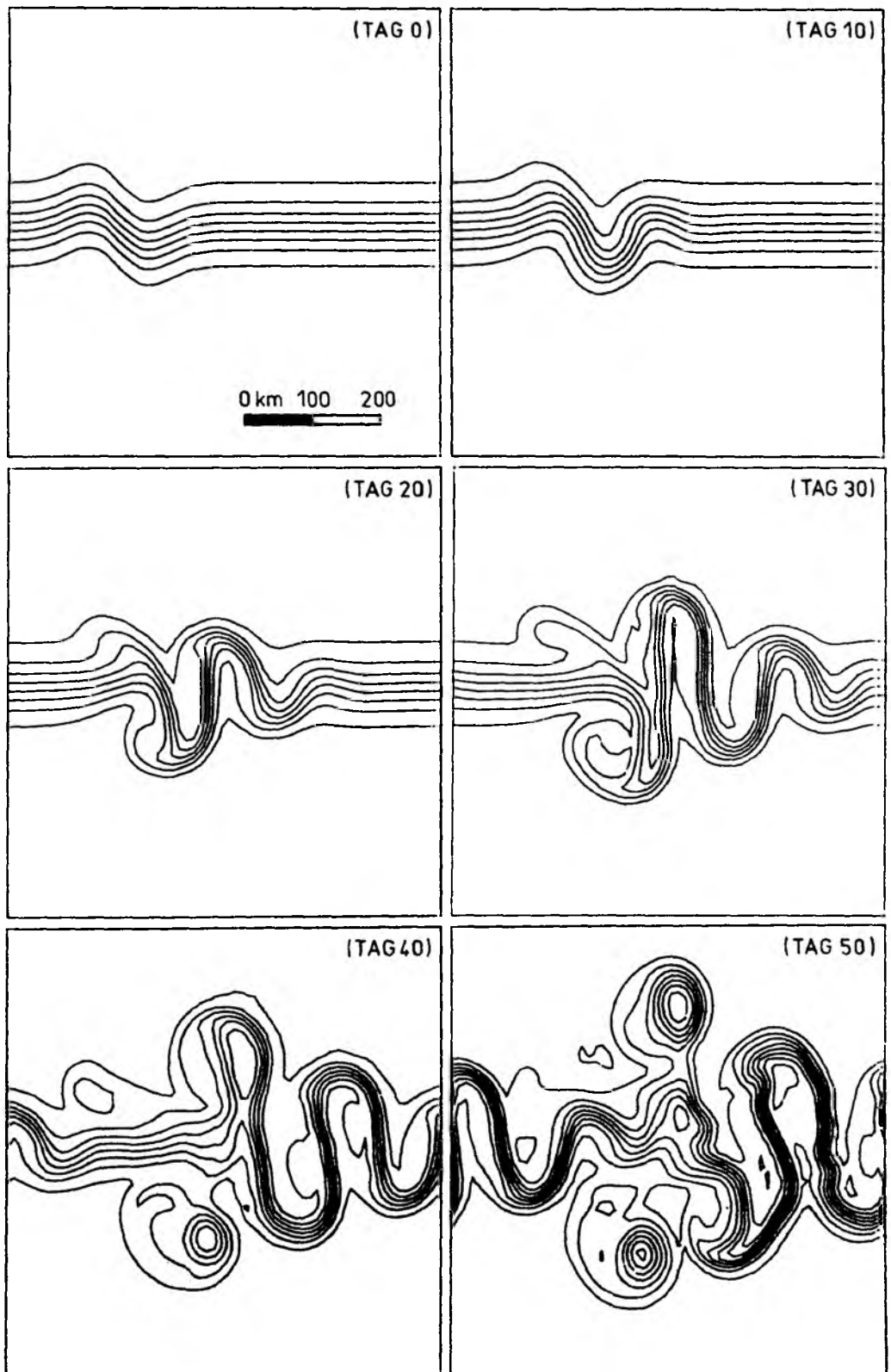


Abb. 5-5 Zeitliche Entwicklung der Dichte zwischen Schicht 4 und 5 (in 529 m Tiefe) für den Zonaljet mit trog/rücken-förmiger Anfangsstörung. Isolinienabstand: $5 \cdot 10^{-5}$.

Die Anfangsphase der Instabilität nach der Anpassung der Störung an die nichtlinearen Terme soll jedoch noch näher betrachtet werden. Dazu findet man in Abb. 5-6 die zeitliche Änderung der quasigeostrophischen potentiellen Vorticity QGPV (q aus Gleichung (2.19)) zu den entsprechenden Abb. 5-4 und 5-5 der Stromfunktion bzw. der Dichte. Deutlich wird der auf den β -Effekt zurückgehende lineare Anstieg in meridionaler Richtung, dem die relative und die barokline Vorticity überlagert sind, so daß eine Gradientumkehr durch den Frontaljet vorliegt. Die horizontale Advektion relativer Vorticity führt schon in den ersten Tagen zu einer Gradientverschärfung an den Ostseiten der Hoch- bzw. Tiefdruckstörungen.

Am Tag 20 findet man das Zentrum der anfänglichen Störung als ein pilzförmiges Divergenzgebiet etwa 80 km weiter östlich, während stromabwärts die Mäanderausbreitung fortschreitet. Die Bildung der Stromschlingen führt dabei zu einer ausgeprägten Frontverschärfung; insbesondere die meridionalen Äste der Mäander zeichnen sich durch eine außergewöhnliche Drängung der Isolinien der QGPV aus. Von Tag 40 an führt die Aufrollbewegung des südlichen Wirbels zu einer Ablösung, ebenso verliert der nördliche Ring etwas später seine Verbindung mit der Hauptfront. Die Maximalwerte der QGPV in der vertikalen Hauptscherungszone wachsen innerhalb der ersten 50 Tage der Integration um bis zu 50 % an.

(Das kleinskalige Rauschen resultiert aus zweimaliger Differentiation des Stromfunktionsfeldes und zeigt, daß die horizontale Auflösung bei der Darstellung der q -Fronten nicht mehr ausreicht. Das hat jedoch keine Auswirkungen auf die Ergebnisse des Modell-Laufs, da bewußt auf die Verwendung dieser Größe q als prognostische Größe für die numerische Integration verzichtet wurde.)

Aus einer Störung mit anfänglich 50 km Auslenkung von der mittleren Jetachse entwickeln sich Mäander mit etwa 350 km Meridionalskala. Deutlich wird auch die sehr kleinräumige Einbettung der Vorticity-Strukturen in die Umgebungsvorticity (β -Effekt und Grundströmung) aufgrund der nur geringen Reibungseffekte im Modell.

Vergleicht man die Momentaufnahmen von Tag 30 und Tag 50 in Abb. 5-6, so hat man unmittelbar den Eindruck, als wäre die meridional verlaufende Front im Zentrum des Gebietes durch die gegenläufig rotierenden Wirbel 'zerrissen' worden. Und tatsächlich liegt die Vermutung nahe, daß es sich hier um einen Vorgang barotroper Instabilität aufgrund der großen horizontalen Scherung im Geschwindigkeitsfeld handelt. Dementsprechend findet sich in der Strömungsverteilung (Abb. 5-7a) im Bereich der Ablösung keine ausgeprägte Fortsetzung des ursprünglichen Strombandes.

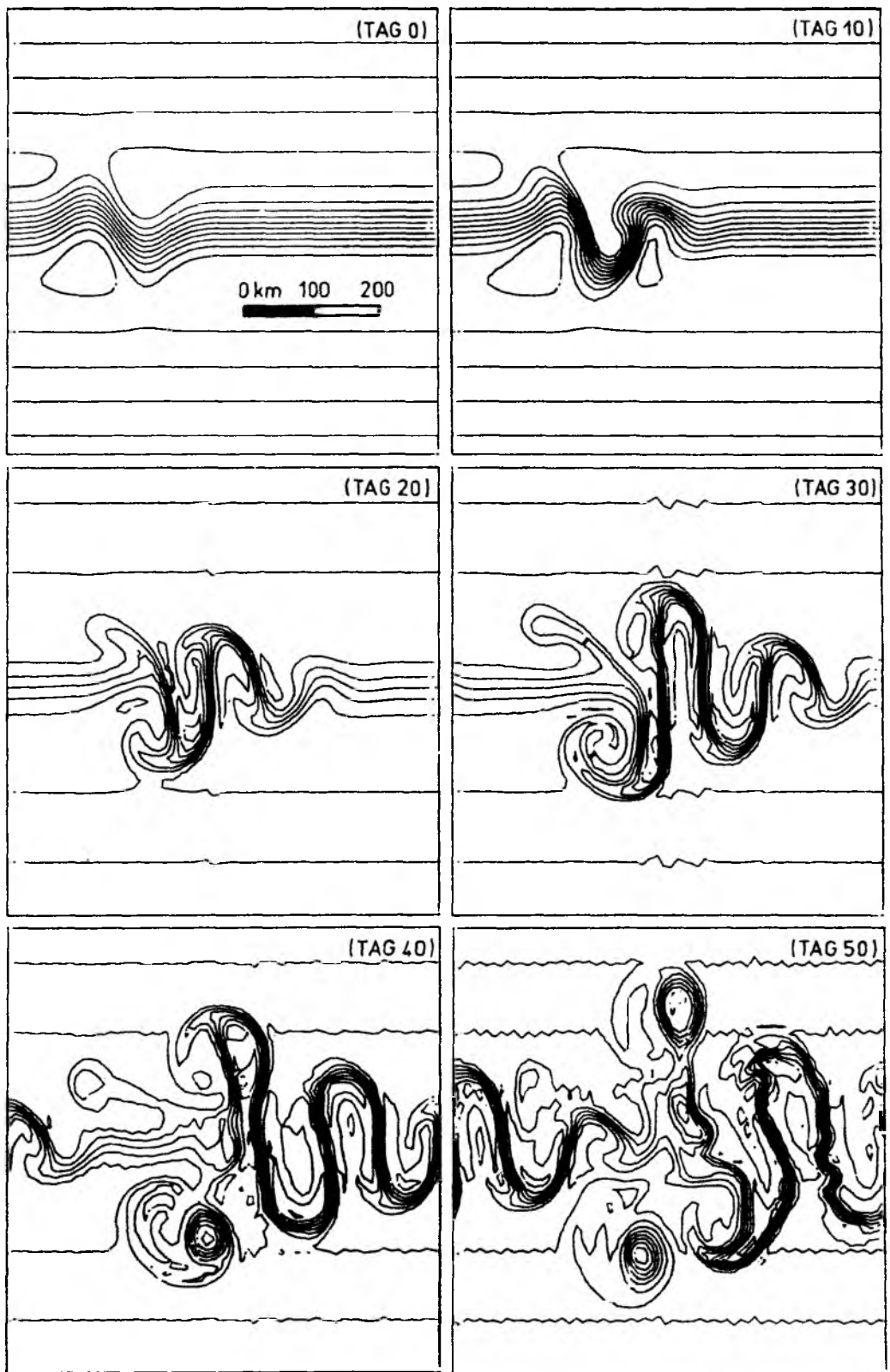


Abb. 5-6 Zeitliche Entwicklung der quasigeostrophischen potentiellen Vorticity q zwischen Schicht 4 und 5 (529 m) für den Zonaljet mit trog/rücken-förmiger Anfangsstörung.
Isolinienabstand: 10^{-5} 1/s ab Tag 20: $2 \cdot 10^{-5}$ 1/s.

Zur Verdeutlichung der Strömungsstruktur, die aus der Stromfunktionsdarstellung in Abb. 5-4 nur mittelbar ersichtlich ist, zeigt Abb. 5-7a die Geschwindigkeitsvektoren repräsentativ für die oberen 500 m. Die Stromringe treten deutlich hervor; ebenso ist ein wesentliches Charakteristikum des Mäanders eine besonders starke Meridionalströmung.

Daneben zeigt Abb. 5-7b die Strömungsvektoren in der Tiefsee (3495 m) am Tag 50. Aufgrund des geringen Gesamttransports in dieser untersten Schicht des Modells erscheinen die Strukturen als geschlossene Wirbel. Die Strömungsrichtung stimmt weitgehend mit der des oberen Ozeans überein; es muß also eine verstärkte barotrope Komponente vorhanden sein.

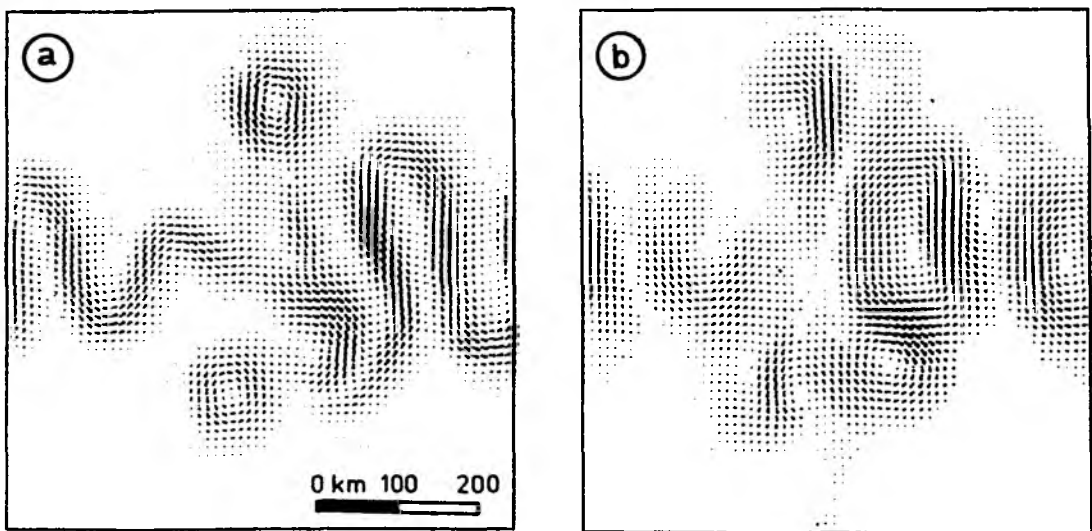


Abb. 5-7 Strömungsvektoren am Tag 50 (a) an der Oberfläche (b) in der Tiefsee. Maximalgeschwindigkeiten 40 cm/s bzw. 5 cm/s.

Die spektrale Formulierung des Modells gestattet in besonderem Maße die Betrachtung der Entwicklung der spektralen Verteilung der Energie während des Instabilitätsvorgangs. Abb. 5-8 zeigt die zeitliche Entwicklung der spektralen Verteilung der horizontal integrierten Energie in den ersten 50 Tagen im Bereich der oberen Wassersäule (529 m). Auf Skalen von etwa 160 km stellt man ein Anwachsen um den Faktor 100 fest. Das entspricht einer 'effektiven' Anwachszeitskala von 21.7 Tagen. Ein Nebenmaximum findet sich bei 50 km; es steht offenbar in Zusammenhang mit den maximal instabilen Wellen des linearisierten Systems. Im zeitlichen Verlauf wird der Energietransfer zu größeren Skalen (rote Kaskade) deutlich.

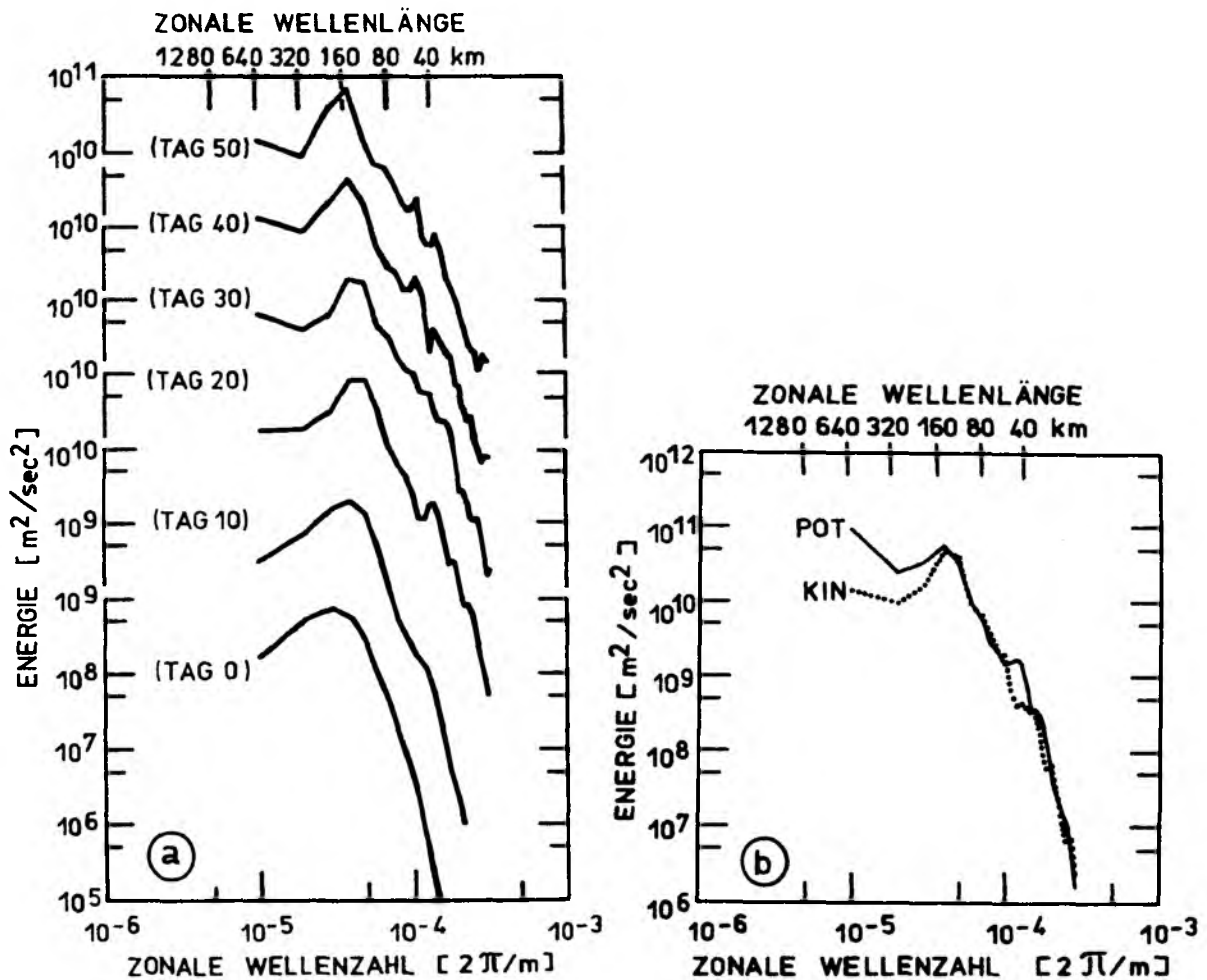


Abb. 5-8 (a) Zeitliche Entwicklung des zonalen Spektrums der kinetischen Energie in Schicht 4 (442 m) in doppeltlogarithmischer Darstellung. Offset zwischen den Kurven: jeweils eine Dekade. (b) Vergleich zwischen der kinetischen und potentiellen Energie während der Instabilität am Tag 30.

Nach GILL (1982) sind kinetische und potentielle Energie in quasi-geostrophischen Bewegungen gleichanteilig vorhanden. In der zeitlichen Entwicklung finden sich auf Skalen von 50 - 80 km, den Skalen der maximal instabilen Schermoden, beträchtliche Abweichungen davon, ein Indiz für das mit der baroklinen Instabilität zusammenhängende Ungleichgewicht zwischen potentieller und kinetischer Energie (Abb. 5-8b).

Der externe Mode (Abb. 5-10) gibt Aufschluß über die vertikalintegrierten Transporte und durch Vergleich mit der Stromfunktion in 442 m Tiefe (Abb. 5-4) einen ersten Hinweis auf die Vertikalstruktur. Offensichtlich erfaßt der Ablösungsvorgang die gesamte Wassersäule. Dabei fallen am Tag 30 die Gegenstromregionen an den Flanken des Jets auf.

Während der mittlere vertikalintegrierte Zonaltransport konzeptionell unverändert bleibt, wird der lokale Massentransport um ein Vielfaches vergrößert; beispielsweise rezirkulieren 20 Sverdrup um den westlichsten Mäander.

Die abgelösten Ringe jedoch erscheinen vertikalintegriert als Doppelwirbel; dieses Phänomen kann mit der vertikalen Neigung der Achse eines baroklinen Wirbels erklärt werden und steht in engem Zusammenhang mit der Tatsache, daß sich die Vertikalstruktur aus instabilen Oberflächen- und Tiefsee-Moden zusammensetzt.

Derartige Wirbelpaare zeichnen sich durch eine kleinräumig kompensierte Verteilung der relativen Vorticity aus. Ob diese Strukturen auch in der Natur bevorzugt auftreten oder ob es sich um das Artefakt quasi-geostrophischer Modelle handelt, ist nicht klar. 'Modon'-Strukturen sind Gegenstand zahlreicher theoretischer und numerischer Untersuchungen (z.B. McWILLIAMS et al., 1981), jedoch nur selten beobachtet worden. Es liegt allerdings die Vermutung nahe (FLIERL et al., 1980), daß die Unsymmetrie hinsichtlich der Zyklonen/Antizyklonen-Amplitude und -Skala in der Realität eventuell paarweise auftretende Strukturen maskiert.

Abschließend sei die Änderung des mittleren Zonaltransports betrachtet. Die Energieflüsse von den Wirbelfeldern zum mittleren Feld (wie in Kapitel 3 beschrieben) führen zu einer Reduktion der Scherung im oberen Ozean sowie einer Rektifikation mittlerer Strömung in der Tiefsee (Abb. 5-10), die sich aus der Forderung nach konstantem Zonaltransport einstellt. Die Produktion von mittlerer Strömung in der Tiefsee aufgrund von Wirbelaktivität steht in guter Übereinstimmung mit Ergebnissen von HOLLAND & RHINES (1980).

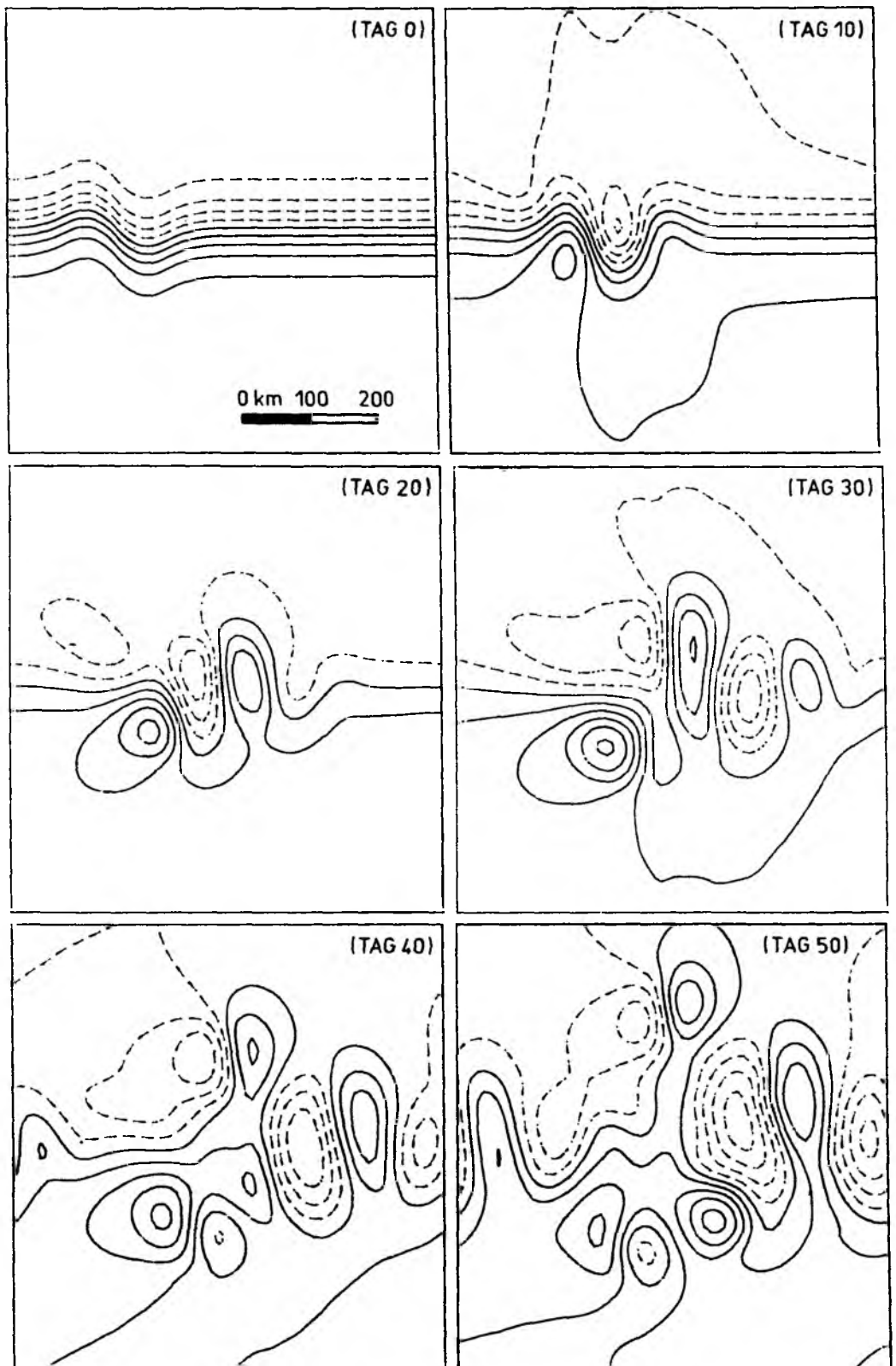


Abb. 5-9 Zeitliche Entwicklung der externen Stromfunktion für den Zonaljet mit trog/rücken-förmiger Anfangsstörung. Isolinienabstände: 200, 300, 600, 800, 1000, 1000 m^2/s .

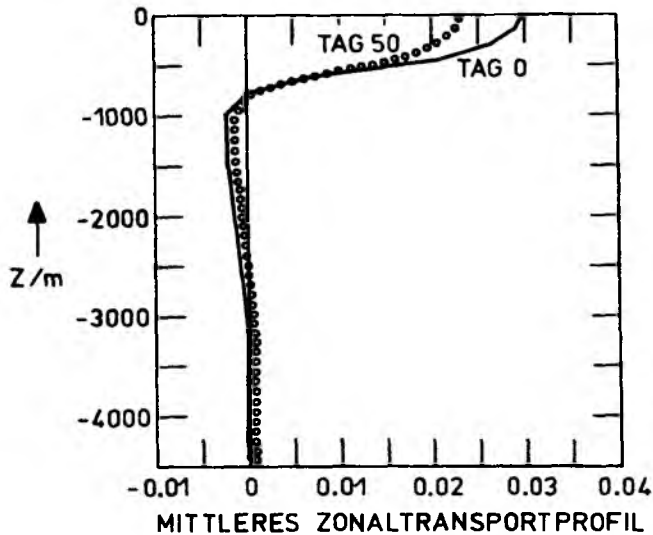


Abb. 5-10 Das Profil des mittleren Zonaltransport zu Beginn der Rechnung und nach 50 Tagen Integration.

Die horizontalen Felder liefern detaillierte Hinweise über die beteiligten Advektionsprozesse und auch über die Manifestation vertikaler Prozesse in den horizontalen Dimensionen. Ein vollständiges Bild der zugrundeliegenden Dynamik ergibt sich jedoch erst aus der Betrachtung der Vertikalstruktur.

Voraussetzung und Hauptbestandteil für barokline Prozesse ist die Vertikalgeschwindigkeit. Deren prinzipielle Eigenschaften wurden in Abschnitt 4.5 dargestellt; eine Horizontalverteilung der aktuellen Vertikalgeschwindigkeit (Abb. 5-11) vermittelt einen Eindruck von der Kleinskaligkeit dieser Vorgänge: es kann keine eindeutige und einfache Zuordnung zu den mesoskaligen Strukturen aus Dichte oder Strömungsfeld getroffen werden. Zu erkennen sind dennoch starke Vertikalbewegungen an den Außenseiten der Mäander sowie unter den meridionalen Stromarmen. Auffällig ist besonders das Gebiet mit Abwärtsbewegung westlich des abgelösten Wirbels im Norden des Jets: hier kann man weitere intensive Entwicklungen erwarten.

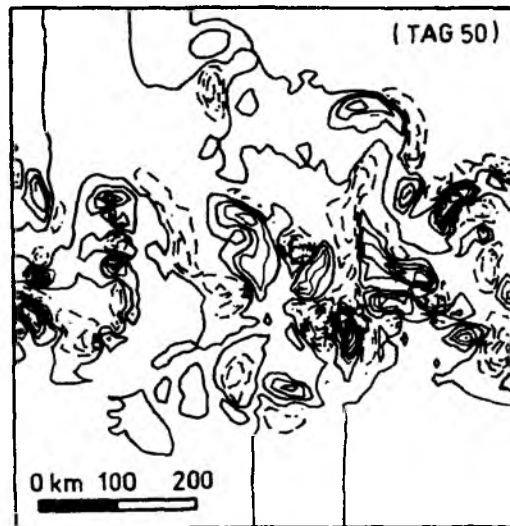


Abb. 5-11 Verteilung der Vertikalgeschwindigkeit zwischen Schicht 4 und 5 (529 m).

Isolinienabstand: $0.2 \cdot 10^{-4}$ m/s. Abwärtsbewegung gestrichelt.

Ein Meridionalschnitt der Zonalgeschwindigkeit durch das Zentrum des Modellgebietes (Abb. 5-12) zeigt die Vertiefung der Strömung während des Instabilitätsprozesses; durch die Wirbelbildungsprozesse findet eine Aufspaltung des Jets in zwei Zweige statt, die durch ein Gebiet mit westwärtiger Strömung getrennt werden. Gleichzeitig wird Energie aus den baroklinen Moden in den barotropen transferiert. Die abgelösten Wirbel zeichnen sich durch ihren dipolartigen Charakter aus: im Vertikalschnitt wird deutlich, daß es sich um Doppelwirbel handelt. Die wesentliche Vertiefung der Strömung findet an den Außenseiten der Mäander statt. Dieses Verhalten erinnert wiederum an Golfstromverhältnisse (NEUMANN, 1956).

Weitere Aufschlüsse über die Vertikalstruktur und die beteiligten Instabilitätsprozesse gibt eine Darstellung der zeitlichen Entwicklung eines zonalen Dichteschnittes (Abb. 5-13). Dargestellt ist die Ausprägung der Mäander im Dichtefeld. Die anfänglich sehr kleine Störung des Dichtefeldes führt im Laufe der Integration zu beachtlichen Amplituden. Die Mäander zeichnen sich durch eine plateauförmige Aufwölbung der Dichteflächen aus, an deren Flanken es durch die Vertikalbewegungen zu einem 'Aufsteilen' kommt. (Die Beschränkung der Mäander auf das Ozeaninnere resultiert aus der quasigeostrophischen Forderung der verschwindenden Dichtestörung an der Oberfläche.)

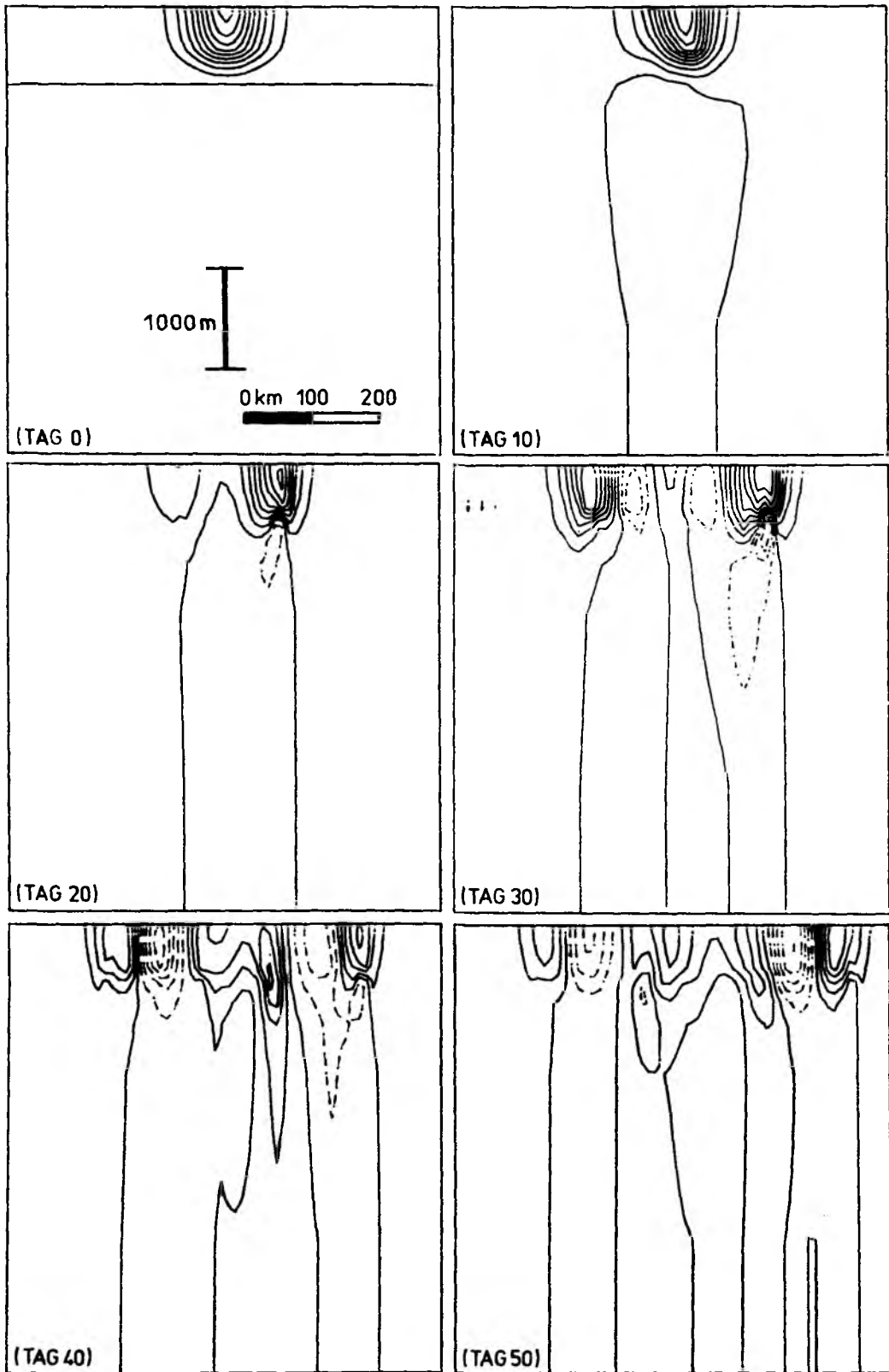


Abb. 5-12 Zeitliche Entwicklung der Zonalgeschwindigkeit anhand eines Meridionalschnitts durch das Zentrum des Modellgebietes. Isolinienabstand: Tag 0, 10: 2 cm/s; Tag 20, 30: 3 cm/s; Tag 40,50: 4 cm/s.

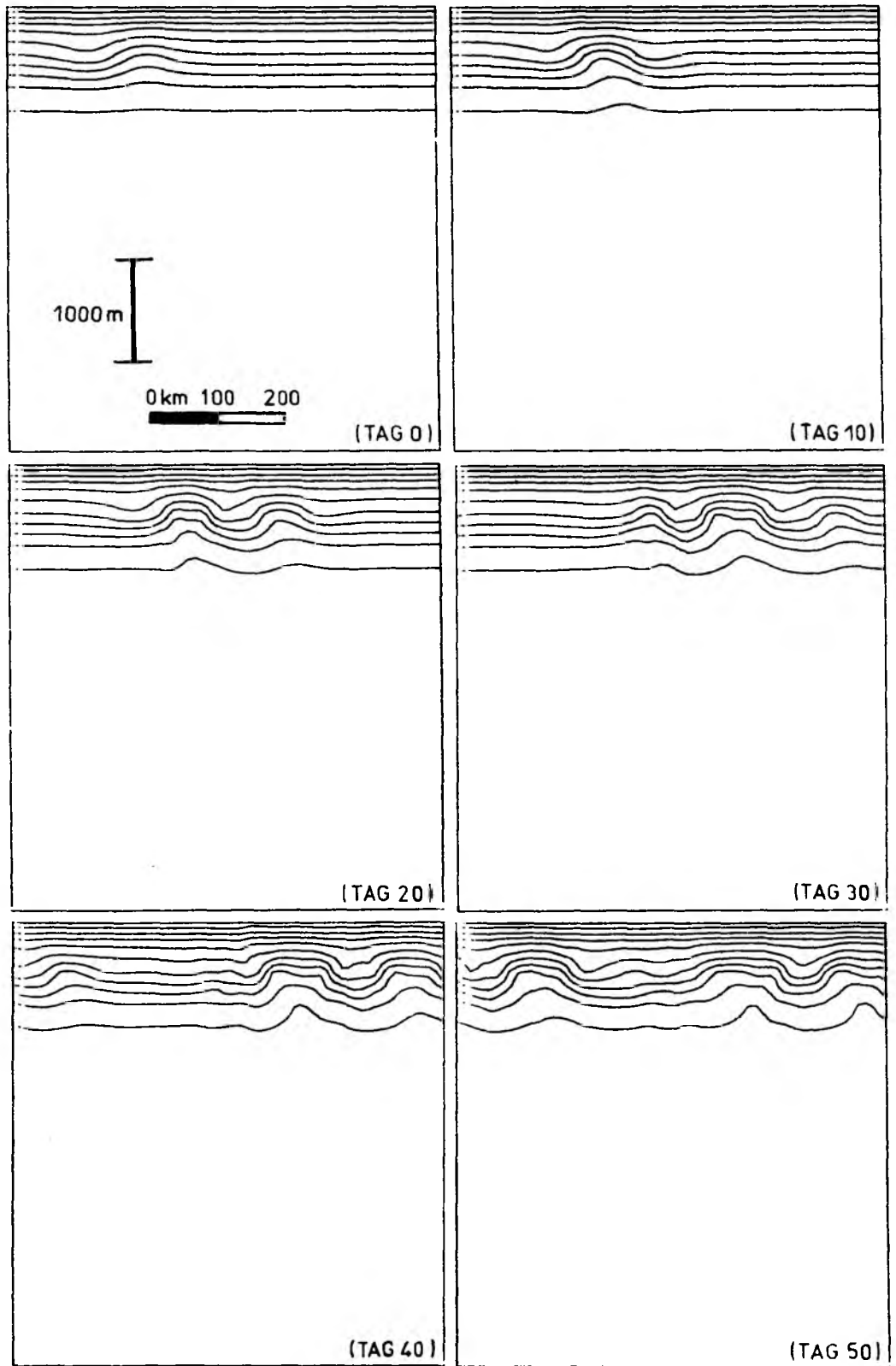


Abb. 5-13 Zeitliche Entwicklung der Dichte entlang eines Zonalschnitts durch die Mitte des Modellgebietes. Isolinienabstand: 10^{-4} .

Zusätzliche zonale Dichteschnitte nördlich und südlich der mittleren Jet-Achse zeigen die Struktur der abgelösten Wirbel am Tag 40. Der südliche (ein Tief in der Druckverteilung) zeigt eine fast vollständig tiefenbalancierte Spreizung der Isopyknen (Abb. 5-14a). Infolgedessen erwartet man keine weitere Bewegung oder Verstärkung dieses Ringes.

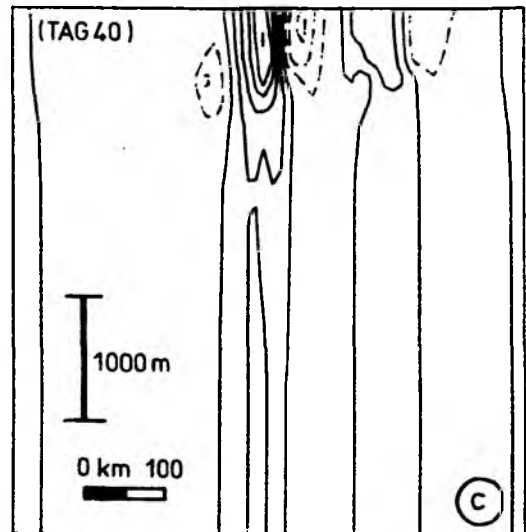
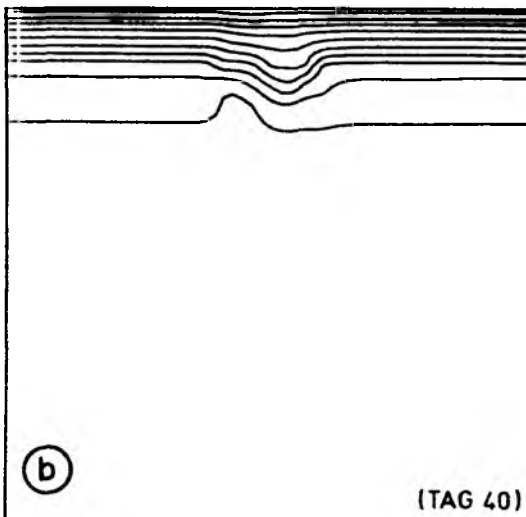
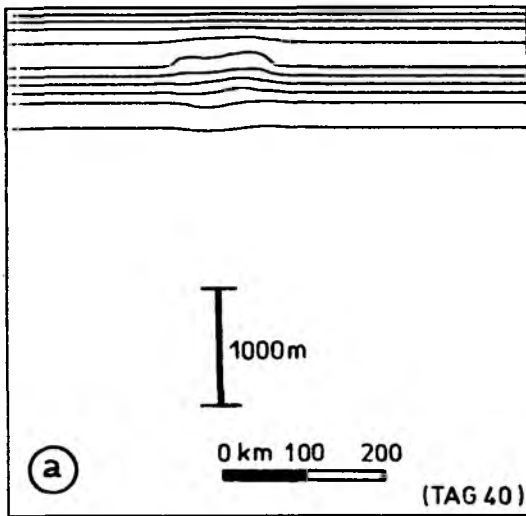


Abb. 5-14 Momentaufnahme des Dichtefelds am Tag 40 auf Zonalschnitten:
(a) durch den südlichen Wirbel;
(b) durch den nördlichen Wirbel; sowie
(c) die Meridionalgeschwindigkeit für den nördlichen Wirbel.

Im Gegensatz dazu ist der nördliche Wirbel (Abb. 5-14b) offensichtlich noch in der Entwicklungsphase: seitlich versetzt befindet sich neben dem Hochdruckgebiet (antizyklonaler Wirbel; 'warm-core'-Ring) in der Tiefsee ein Tief. Weiteren Aufschluß liefert die Meridionalgeschwindigkeit auf dem Schnitt (Abb. 5-14c). Die Achse des nordwärtigen Strömungsbandes ist vertikal deutlich versetzt. Interessant ist auch die Intensivierung der Strömung am Boden, die auf ein Vorhandensein der bodenintensivierten instabilen Moden schließen läßt. Darüber hinaus befindet sich westlich des Strombandes ein interner Gegenstrom in der Tiefe des Stabilitätsminimums in der Sprungschicht.

SIEDLER et al. (1985) finden aus Verankerungsmessungen sogenannte 'kräftige Strömungsereignisse', deren vertikale Struktur ein Maximum in 600-1000 m Tiefe zeigt und schließen auf die Existenz von Mittelmeerwasserlinsen. Die sprungschicht-intensivierten Moden jedoch besitzen eine ähnliche Vertikalstruktur, insbesondere für eine Dichteschichtung mit einem internen Stabilitätsminimum.

Zusammenfassend kann für die zeitliche Entwicklung einer isolierten Trog/Rücken-Störung geschlossen werden, daß eine Mäanderbildung auf Skalen von 160 - 200 km durch barokline Instabilität gut mit den erwarteten Werten übereinstimmt und daß die Ablösung der Wirbel durch einen lokalen Effekt barotroper Instabilität bewirkt wird, nachdem barokline Instabilitätsprozesse ein geeignetes großräumiges Deformationsfeld mit kritischen Meridionalamplituden der Mäander aufgebaut haben.

Im Gegensatz zum linearisierten System mit einer vorgegebenen zonalen Grundströmung ermöglicht das nichtlineare Modell die Vorgabe eines nichtzonalen Anfangszustandes. Aus den Überlegungen in Abschnitt 4.2 und den Betrachtungen von PEDLOSKY (1979) erwartet man für nichtzonale Strömungen eine verstärkte Instabilität, da der stabilisierende Einfluß des β -Terms für die Meridional Komponente der Umgebungsvorticitygradienten fehlt. Die Auswirkungen der Nichtzonalität einer mittleren Strömung auf die mesoskaligen Instabilitätsprozesse soll im Folgenden kurz diskutiert werden.

Dazu wird das unveränderte Anfangsfeld eines Jets mit isolierter Störung (Abb. 4-14) für unterschiedliche Drehungen des Modellgebiets aus der Zonalität betrachtet. Dargestellt sind in Abb. 5-15 die Struktur der Stromfunktion in Schicht 4 (442 m) für zwei Simulationen mit $\theta = 10^\circ$ bzw. $\theta = -10^\circ$ am Tag 50. Man stellt fest, daß die Strukturen der beiden Simulationen nach 50 Tagen Integration noch vergleichbar sind. Wiederum findet man ein starkes Mäandrieren und auch abgelöste Wirbel nördlich und südlich des Jets.

Offensichtlich erfahren die Wirbelablösungen aufgrund barotroper Instabilität kaum nennenswerte Modifikationen; das auf barokliner Instabilität beruhende Mäandrieren führt jedoch im Fall der nordöstlichen Strömung zur verstärkten Bildung von Hochdruckzellen, im Falle einer südöstlichen Strömung zu dominanten Zyklonen.

Dieses Phänomen läßt sich mit der Erhaltung der potentiellen Vorticity erklären: eine Grundströmung mit nordöstlicher Komponente transportiert relative Vorticity in eine Region mit größerem Coriolisparameter f . Die Erhaltung absoluter Vorticity fordert also eine Abnahme der relativen Vorticity ζ . Das führt zu verstärkten Hochdruckgebieten. Bei einer südwärts gerichteten Strömung tritt der entgegengesetzte Fall auf.

Größere Winkel der Nichtzonalität führen zu einem heftigen Abstrahlen von Rossby-Wellen-Energie in langen, jet-parallelen Bändern (ohne Abbildung) und schon im betrachteten kurzen Zeitraum von 50 Tagen zu einer Rossby-Wellen-Instabilität (RHINES, 1977) aufgrund der großen Amplitude der Wellen. Das System nähert sich einem 'turbulenten' Zustand, in dem der ursprüngliche Jet nicht mehr identifizierbar ist. Die bevorzugt auftretende Skala ist wiederum die Grenzwellenlänge zum Rossby-Wellen-Regime von etwa 240 km.

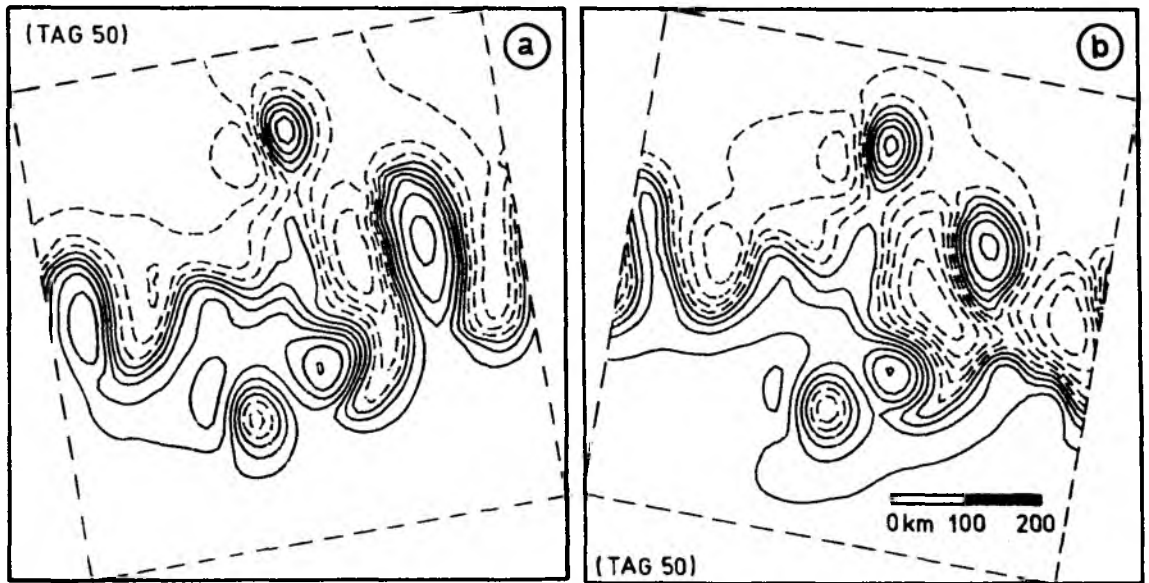


Abb. 5-15 Momentaufnahme der Stromfunktion in Schicht 4 (442 m Tiefe) nach 50 Tagen Integration für zwei 'nichtzonale' Strömungen: (a) $\theta = 10^\circ$; (b) $\theta = -10^\circ$. Isolinienabstand 3000 m^2/s .

Eine zufallsverteilte Topographie oder isolierte topographische Hindernisse kleiner Amplitude bewirken eine Störung der Tiefenströmung, die im Falle quasigeostrophischer Bewegungen von der unteren Randbedingung ausgeht. Aufgrund der relativ geringen Schichtung im tiefen Ozean reichen die Störungen bis an die Hauptsprungschicht heran. Im Falle großräumiger Bodenneigung können sie als stabile ('Hang'- oder 'Schelfkanten')-Wellen (RHINES, 1970) zur Variabilität im tiefen Ozean beitragen. Im Fall einer geeigneten Strömungsscherung sind jedoch auch instabile Wellen in Form der tiefsee-intensivierten Schermoden möglich. Die Anwachsrates dieser Moden ist zwar gering; da diese instabilen Moden jedoch nicht verschwindende Amplitude im Bereich der Hauptsprungschicht besitzen, regen sie wiederum die wesentlich stärker instabilen Oberflächenschermoden an. Daher ist relativ unabhängig von der detaillierten Struktur der Topographie mit einer Instabilität in den oberen Schichten des Ozeans zu rechnen, zunächst auf Horizontalskalen, die deutlich kleiner sind als die ohne Topographie (die tiefsee-intensivierten Schermoden besitzen generell eine kleinere Horizontalskala).

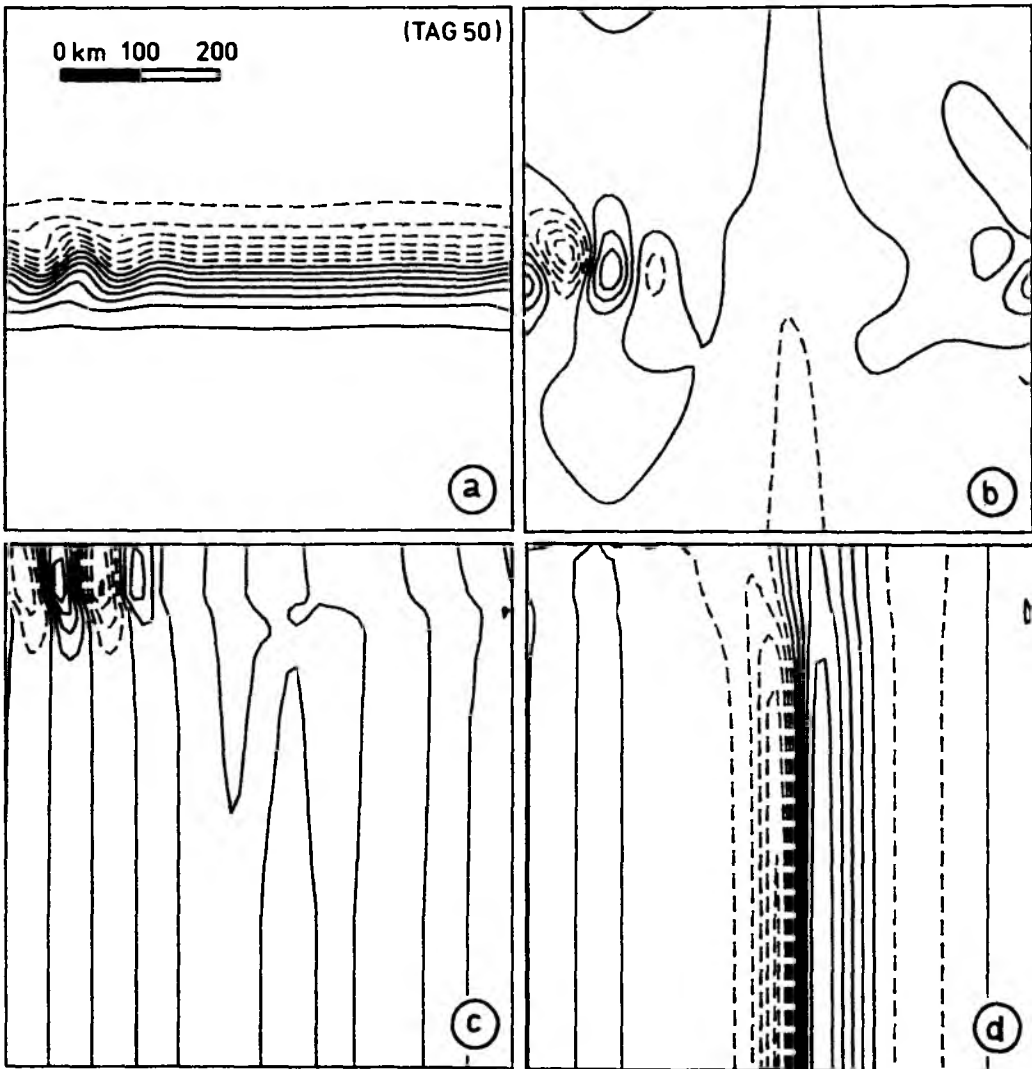


Abb. 5-16 Instabilität eines Zonaljets über einem meridionalen Rücken:

(a) Stromfunktion in Oberflächennähe (32 m Tiefe); Isolinienabstand: 1500 m²/s.

(b) Stromfunktion in der Tiefsee (3495 m Tiefe); Isolinienabstand: 50 m²/s.

(c) Zonalschnitt der Meridionalgeschwindigkeit im Jetzentrum; Isolinienabstand: 3 cm/s.

(d) Zonalschnitt der Meridionalgeschwindigkeit nördlich des Jets; Isolinienabstand: 0.5 cm/s.

Die mit einem reinen Zonaljet als Anfangszustand durchgeführten Experimente zeigen, daß für eine angenommene mittlere Strömung in der Tiefsee von etwa 1.4 cm/s sowohl zufallsverteilte topographische Strukturen als auch isolierte Hindernisse (Kuppe, meridionaler Rücken, Bruchzonen-

region) mit 500 m Amplitude nur in der Bodenschicht das Strömungssystem beeinflussen, dem oberflächennahen Jet selbst jedoch im wesentlichen als Quelle von Störungsenergie dienen, aus der sich eine eigenständige Jet-Instabilität entwickelt (wie im Fall stochastischer oder Windanregung).

Die Bewegungsvorgänge in der Tiefsee gleichen für eine Tiefseekuppe den von HUPPERT & BRYAN (1976) gefundenen, im Uhrzeigersinn um das Hindernis rotierenden Doppelwirbel. Im Falle eines meridionalen Rückens laufen diese topographisch geführten Wellen nordwärts an der Westseite und südwärts an der Ostseite der Erhebung. Eine als 'Bruchzone' im Rücken gedachte Einkerbung bewirkt eine Fixierung der Tiefenströmung auf diesen Bereich.

Als Beispiel zeigt Abb. 5-16 die horizontalen Strömungsverhältnisse in Oberflächennähe und am Boden sowie die Meridional Komponente der Geschwindigkeit in zwei Zonalschnitten nach 50 Tagen Integration für den Fall eines meridionalen Rückens in der Gebietsmitte. Die durch die Topographie angeregte Instabilität im oberen Ozean ist in Form der oberflächen-intensivierten Jetmode mit etwa 7.5 cm/s ostwärts gewandert und dominiert im Bereich des Jets die gesamte Wassersäule. Lediglich außerhalb der Frontalzone findet man ein Signal der topographischen Wellen.

Eine intensivere Wechselwirkung mit der Topographie setzt größere Horizontalgeschwindigkeiten in der Tiefsee voraus, die jedoch nur durch eine Instabilität des Oberflächenjets in die Tiefsee induziert werden können. Von der Vorgabe größerer Amplituden der Bodentopographie wird, da mit dem Modell-Konzept nicht vereinbar, abgesehen.

Abschließend sollen die Auswirkungen der hier simulierten internen Dynamik auf die (als passiv angenommene) Deckschicht anhand eines advehierten Tracerfelds an der Meeresoberfläche (oberste Schicht) aufgezeigt werden (Abb. 5-17).

Derartige Studien liegen sowohl für turbulente Wirbelfelder (HAIDVOGEL & KEFFER, 1984; HOLLOWAY & KRISTMANSSON, 1984) als auch für isolierte Wirbel (HOLLOWAY et al., 1986) vor.

Für die hier betrachtete Frontalzone wird die Tracerverteilung parallel zu den Stromlinien des Anfangszustandes vorgegeben. Wie auch im Fall der Dichte (Abb. 5-5) zeigt sich eine auffällige Frontverschärfung durch die Mäanderentwicklung. Insbesondere an den Außenseiten der Mäander treten starke Gradienten auf. Typisch ist die 'pilzförmige' Tracerverteilung an den Nord- und Südenden der meridionalen Stromzweige. Die Ablösung der Wirbel führt auch im Tracerfeld zu isolierten Extrema.

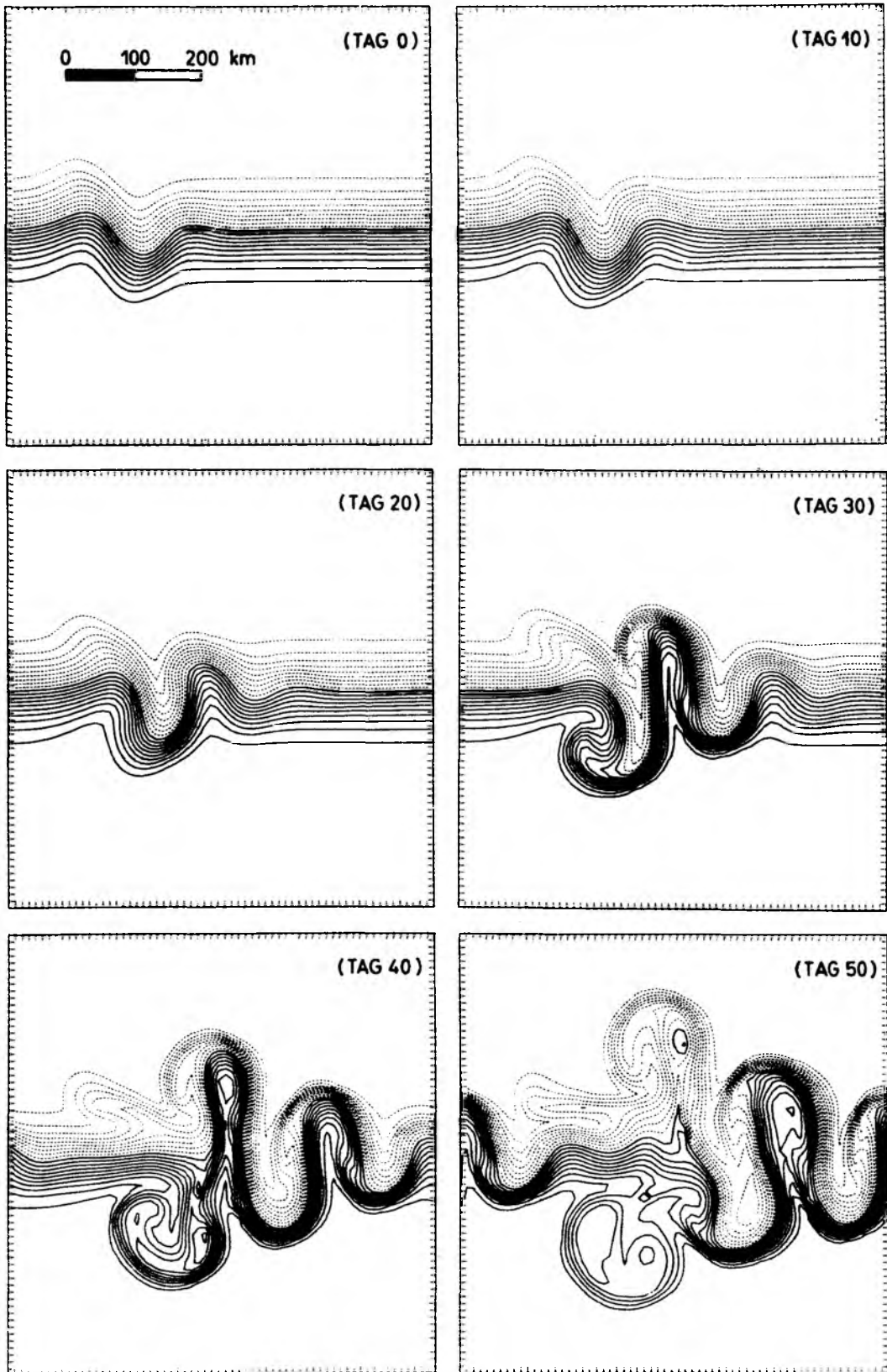


Abb. 5-17 Zeitliche Entwicklung eines an der Oberfläche mitgeführten passiven Tracers.

5.3 Die Entwicklung eines Mäanderzuges

Um die weitere Entwicklung der instabilen Front zu untersuchen, wurden die Rechnungen aus Abschnitt 5.2 in einem Gebiet mit verdoppelter Horizontalausdehnung fortgeführt. Dazu zeigt Abb. 5-18 die Entwicklung der Stromfunktion in 442 m Tiefe. Die Ablösung der Wirbel bleibt offensichtlich auf eine Region von ± 300 km um die mittlere Jetachse beschränkt. Der losgelöste Wirbel kann sich aus seinem Entstehungsbereich nicht wesentlich entfernen und wird durch kollabierende Mäander im Osten sogar wieder eingefangen (Tag 80). Nach 90 Tagen erhält man das Bild einer turbulenten Zone. In der Dichteverteilung (Abb. 5-19) verringern sich die horizontalen Gradienten und inmitten der mesoskaligen Variabilität formiert sich eine 'mittlere' Front. Dieses Verhalten könnte die vorgefundene 'treppenförmige' Anordnung von Frontal- und Wirbelregionen im Nordostatlantik erklären.

Die Betrachtung des externen Modes zeigt, daß die Entstehung eines 'turbulenten' Regimes mit einer Umstrukturierung der Energie in der Vertikalen verbunden ist: die Strömung wird zunehmend barotrop und strahlt aus der Instabilitätsregion Rossby-Wellen ab (Abb. 5-20).

Der im externen Mode deutlich ausgeprägte Doppelwirbel im Norden der Front entwickelt sich weiter zu einem Ring. Die Antizyklone ist dominant und advehiert die schwächere Zyklone im Uhrzeigersinn um ihr Zentrum. Ab Tag 80 kommt es bei Annäherung zweier gleichgerichtet rotierender Wirbel zu einem 'Verschmelzen'.

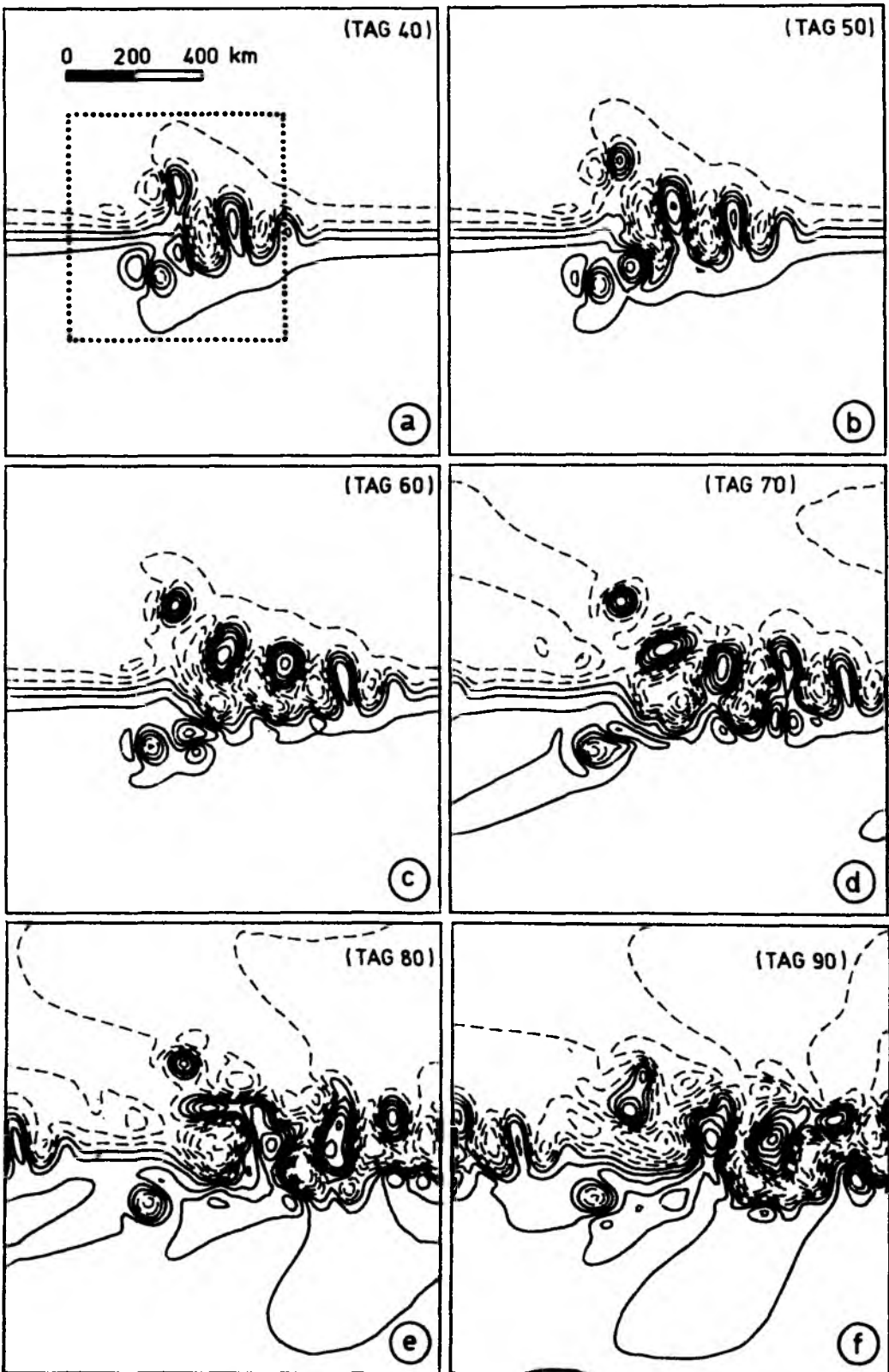


Abb. 5-18 Zeitliche Entwicklung der Stromfunktion in Schicht 4 (442 m) im erweiteren Modellgebiet. Isolinienabstand: $1000 \text{ m}^2/\text{s}$.

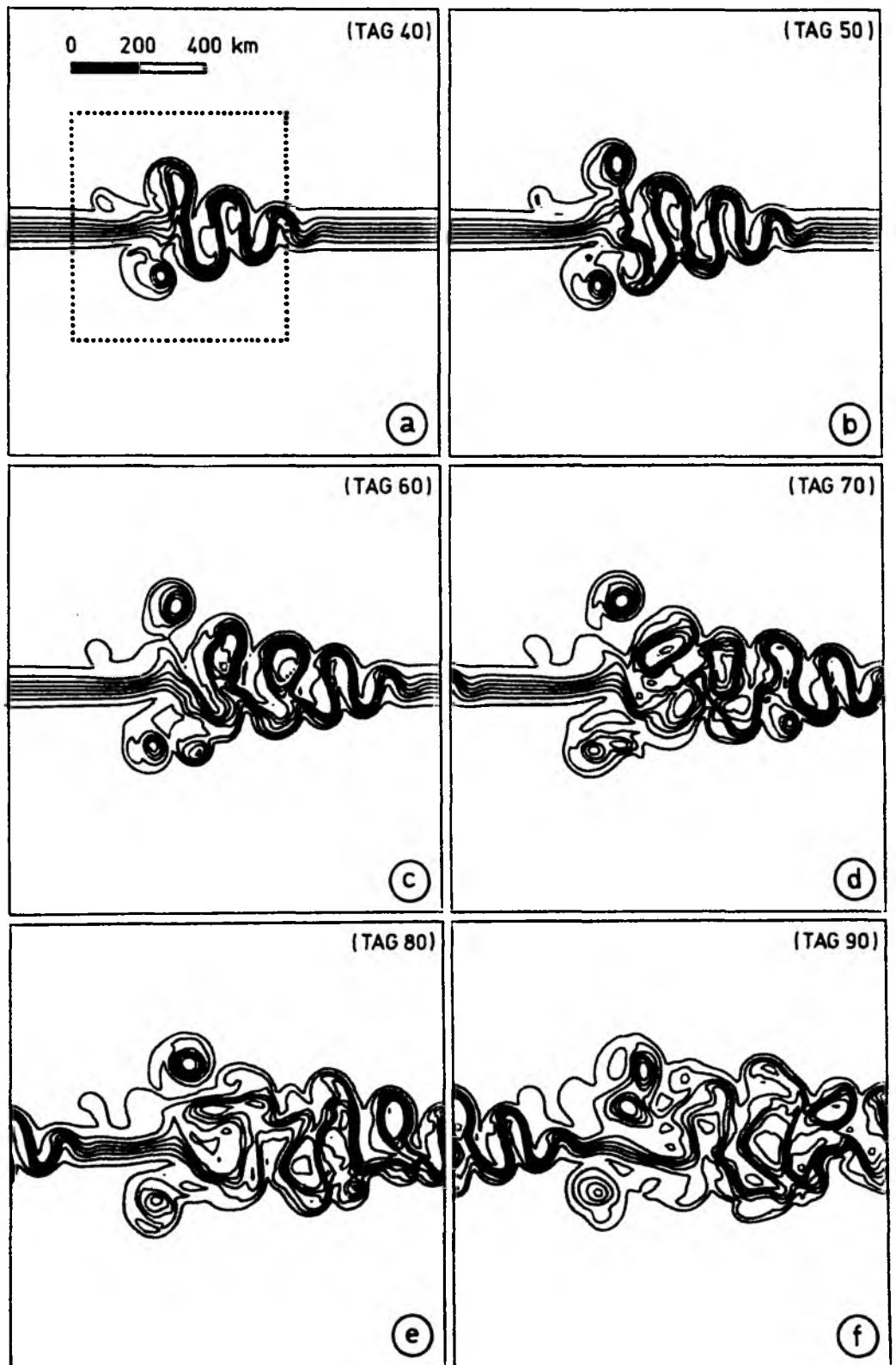


Abb. 5-19 Zeitliche Entwicklung des Dichtefeldes zwischen Schicht 4 u. 5 (529 m) im erweiterten Modellgebiet. Isolinienabstand: $5 \cdot 10^{-5}$.

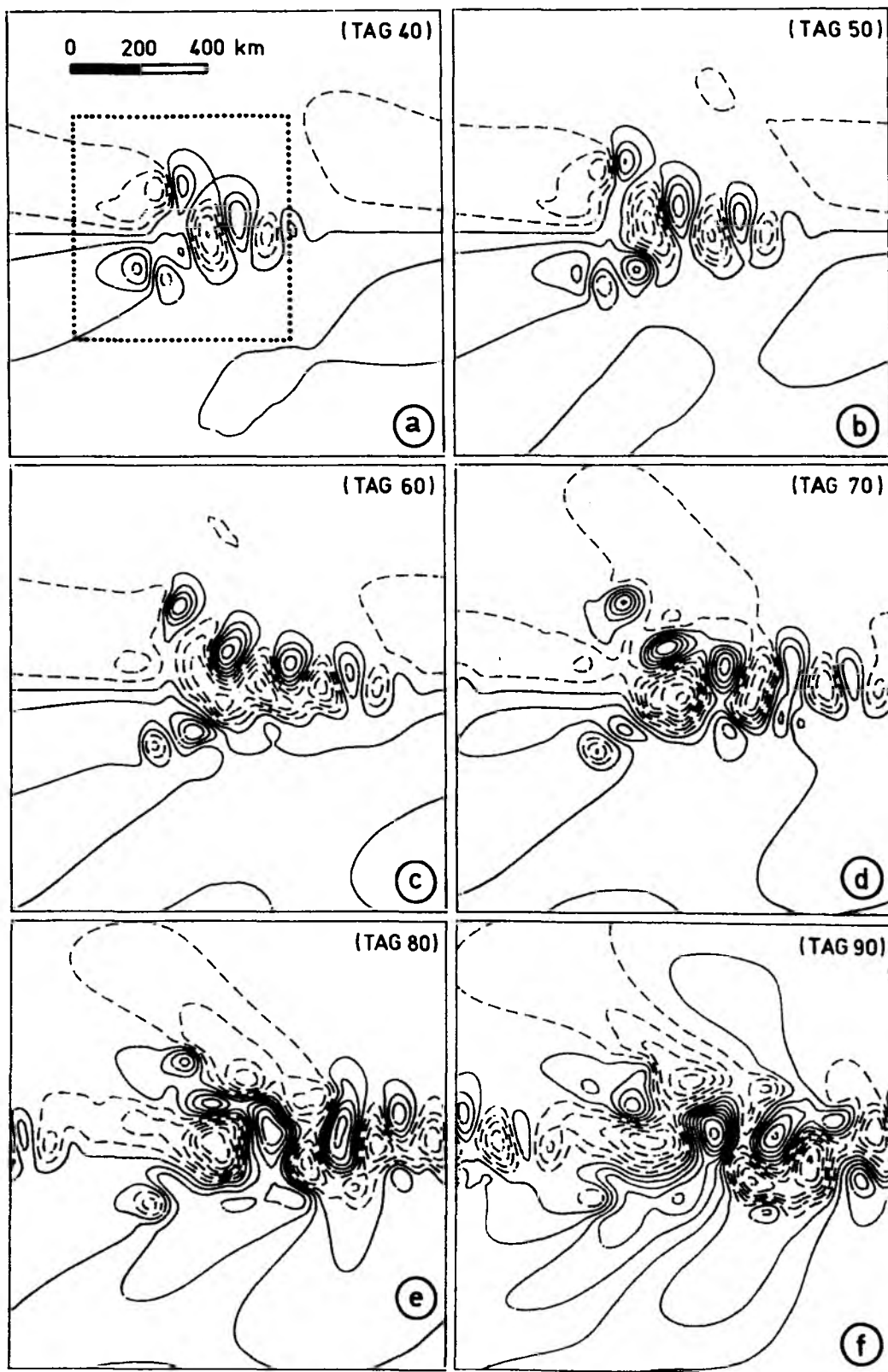


Abb. 5-20 Zeitliche Entwicklung der externen Stromfunktion im erweiterten Modellgebiet. Isolinienabstand: $2000 \text{ m}^2/\text{s}$.

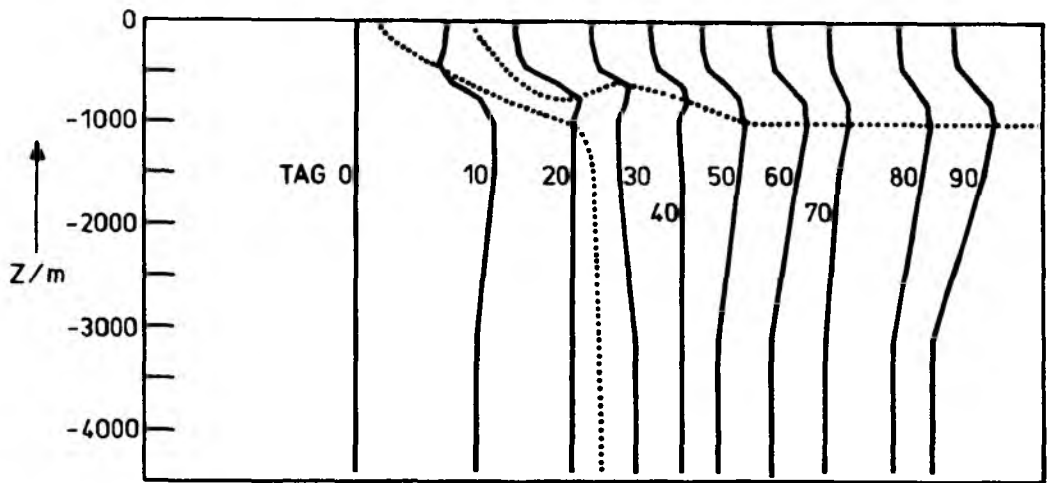


Abb. 5-21 Phasenverteilung der 80-km-Welle mit der Tiefe in der zeitlichen Entwicklung. Instabil ist der Bereich zwischen den punktierten Linien.

Betrachtet man (repräsentativ für die maximal instabilen Moden) die vertikale Phasenbeziehung der 80 km-Welle im Modell in ihrer zeitlichen Variation (Abb. 5-21), so wird deutlich, daß barokline Instabilität direkt unterhalb der Oberfläche nur in den ersten 20 Tagen wirksam ist, wenn in Oberflächennähe Vorwärtsneigung der Phase auftritt. Später beschränkt sich der Bereich instabiler Phasenlage auf mittlere Tiefen; der nichtlineare Transfer führt zu größeren Vertikalskalen, die Möglichkeit zu barokliner Instabilität in Form von oberflächen-intensivierten Moden verschwindet.

Eine Analyse des Energiegewinns einzelner Spektralkomponenten zwischen Tag 30 und 60 zeigt, daß der externe Mode besonders deutliche Energiezuwächse auf Skalen von 80, 128 und 182 km erhält. Oberhalb von 800 m Tiefe tritt ein Energieverlust auf langen Skalen (> 320 km) auf, darunter ist ein Zuwachs festzustellen. Potentielle Energie geht nahezu auf allen Skalen verloren. Generell wachsen nahe der Deckschicht kleinskalige Strukturen stärker an als darunter. Das entspricht der Vorstellung vom Einfluß des Schichtungsparameters N : ist dieser sehr groß, so werden bevorzugt kurze Wellen instabil. Der Impulsfluß $\langle u'v' \rangle$ ist während der gesamten Integrationszeit über die gesamte Wassersäule konvergent und führt zu einer Verstärkung der Frontalzone.

Der Dichtefluß $\langle v'p' \rangle$ nach Süden beschränkt sich auf die oberen 1000 m des Ozeans. Das Maximum liegt im Bereich der mittleren Jetachse. Im der Tiefsee ist der Dichtefluß nach Norden gerichtet. Legt man die Zustandsgleichung aus der Arbeit von KIELMANN & KÄSE (1987) zugrunde, so errechnet man einen nordwärtigen Wärmefluß von $1.34 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C m/s}$ für die gesamte Wassersäule und sogar $4.1 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C m/s}$ für die oberen 1500 m.

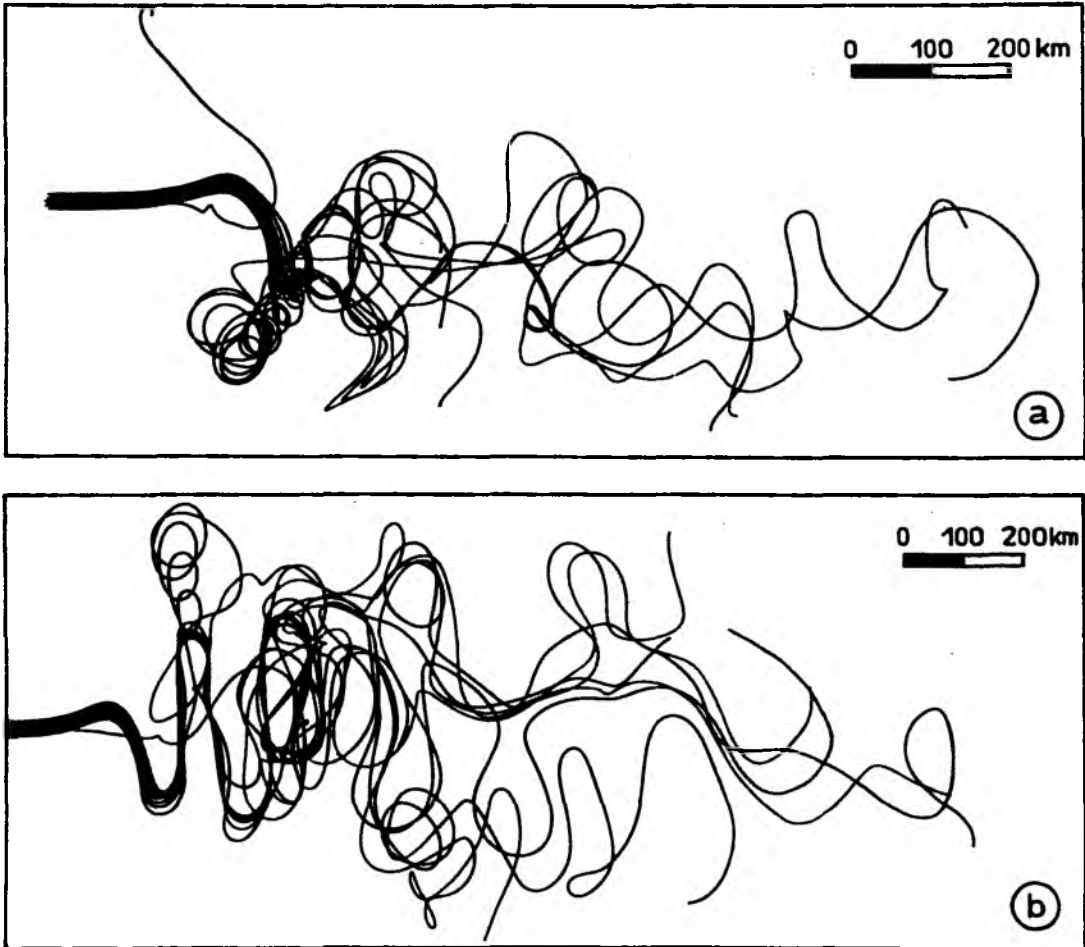


Abb. 5-22 Zwei Realisierungen für Ensembles von Driftkörpertrajektorien in der Frontalzone für einen Zeitraum von 180 Tagen.

Neben der wiederholten Vermessung einer hydrographischen Box stellt das Verfolgen von satellitengeorteten Driftbojen im Ozean eine Möglichkeit dar, die mittlere Zirkulation und die Wirbelaktivität im Ozean zu studieren. In einem numerischen Modell hat die Verfolgung einzelner Partikel in erster Linie die Lagrange'sche Darstellung des Strömungsablaufes zum Ziel. Darüber hinaus kann das Verhältnis von Advektion zu einer

wirbelbedingten Dispersion bestimmt werden. Den beiden Realisierungen in Abb. 5-22 liegt eine Anfangsverteilung der Teilchen im Zentrum des Jets mit einem mittleren Abstand von 2 km zugrunde. Die Trajektorien zeigen eine verstärkte zonale Drifter-Dispersion sowie ein teilweise recht langes Verweilen in einzelnen Wirbeln. Das Verhältnis von Advektion zu Dispersion ist in zonaler Richtung etwa 1 - 2, in meridionaler Richtung mit 4 - 6 sehr viel größer.

Die nichtlineare Instabilität der vorgestellten Modellrechnungen weist neben der Mäanderbildung als Hauptausdruck der baroklinen Instabilität auch die Ablösung von Ringen bzw. Einzel- sowie Doppelwirbeln auf. Diese Strukturen sind nicht an die Existenz einer Jetströmung gebunden. Die Beschäftigung mit der Dynamik solch isolierter Erscheinungen liegt daher nahe.

Als besonders stark ausgeprägte und auffällige Form einer isolierten Struktur sind die Golfstromringe Gegenstand zahlreicher Untersuchungen (z.B. MIED & LINDEMANN, 1979; STERN & PRATT, 1985 oder auch SCHMITZ & HOLLAND, 1986). Weitere Studien isolierter Vorticity-Strukturen stammen von McWILLIAMS et al. (1986).

Ein isolierter Wirbel zeichnet sich durch seine starke Nichtlinearität aus. Das führt dazu, daß die Dissipation einer solchen Struktur vornehmlich durch Reibung bestimmt ist und nicht durch die Rossby-Wellen-Dispersion (McWILLIAMS & FLIERL, 1979). Obwohl demnach der Einfluß des β -Terms recht gering ist, ist doch bei mesoskaligen Strukturen nach Art der Golfstromringe die Breitenabhängigkeit des Coriolisparameter nicht vernachlässigbar.

Die Bedeutung isolierter Strukturen im Hinblick für die mesoskalige Dynamik im offenen Ozean ist nicht vollständig geklärt. Vielfach können vorgefundene Strukturen als solche Einzelercheinungen interpretiert werden. Darüber hinaus deuten Modellrechnungen darauf hin, daß Modonstrukturen wie auch Einzelwirbel durchaus einen bedeutenden Teil der Dynamik ausmachen können. So findet sich in Stromaufspaltungsregionen häufig ein nahezu ortsfester Doppelwirbel zwischen den divergierenden Stromarmen. In der Atmosphäre spielen Modonen beim Auftreten einer 'blocking'-Situation eine Rolle (FLIERL et al., 1980; McWILLIAMS, 1980; McWILLIAMS et al., 1981).

Am kurzwelligen Ende der Mesoskala findet man im Ozean auch Strukturen (in ihrer horizontalen Ausdehnung mit dem lokalen Rossby-Radius vergleichbar). Obwohl sehr schwer zu beobachten, existiert eine Anzahl von theoretischen Arbeiten zur sog. 'internen barotropen Instabilität (IBI)' dieser Wirbel (GENT & McWILLIAMS, 1986; McWILLIAMS & GENT, 1986). Aufgrund ihres internen Amplitudenmaximums hängt diese Form der Instabilität eng mit den sprungschicht-intensivierten Schermoden zusammen (siehe Abschnitt 4.3). In diesem Zusammenhang sei auf den Übersichtsartikel von McWILLIAMS (1985) verwiesen, der sich mit submesoskaligen kohärenten Wirbeln befaßt.

Die Vertikalstruktur isolierter Phänomene wurde in den bisherigen Untersuchungen zumeist durch nur zwei Freiheitsgrade approximiert. Die Ergebnisse dieser Arbeit in bezug auf die Bedeutung der Vertikalstruktur legen eine nähere Betrachtung dieser Phänomene mit einem vertikal hochauflösenden Modell nahe. Eine erste Erweiterung stellt KILLWORTH (1986) am Beispiel interner Mittelmeerwasserlinsen vor.

5.4 Die Instabilität eines großskaligen Mäanders

Die bisherigen Untersuchungen beschränken sich auf die Betrachtung jetartiger Zonalströmungen. Neben einer rein stochastischen Anregung und einer vorgegebenen lokalen Abweichung von der Zonalität (im Sinne einer kleinen Störung) erscheint auch die Annahme der Existenz eines großskaligen Strommäanders sinnvoll, um mesoskalige Instabilitätsprozesse zu untersuchen. Aufgrund der Nichtzonalität der Stromarme erwartet man für diesen Fall auch ohne überlagerte Störungen das Einsetzen einer Instabilität. Die Parameter für dieses Experiment sind an eine Situation angepaßt, die KÄSE et al. (1985) im Frühjahr 1982 im Kanaren-Becken vorfanden (Abb. 5-23).

Die Analyse der dynamischen Topographie ergab eine Überlagerung des linearen meridionalen Trends durch eine großskalige Rossby-Welle und ein aus mesoskaligen Wirbeln von etwa 100 - 120 km Durchmesser bestehendes Restfeld.

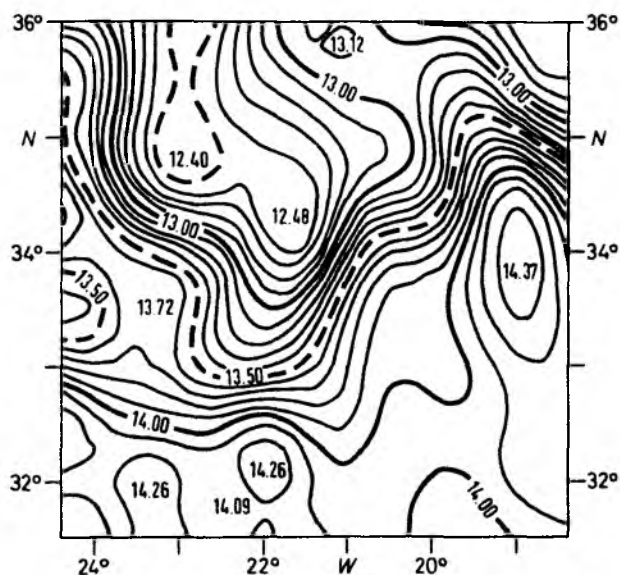


Abb. 5-23 Dynamische Topographie 25/1500 dbar in m^2/s^2 für das Kanaren-Becken im Frühjahr 1982 (aus KÄSE et al., 1985).

Aus den Ergebnissen der vorangegangenen Studien kann man schließen, daß bei den vorgegebenen Schichtungs- und Strömungsprofilen barokline Instabilitätsprozesse nicht zum Anwachsen dieser Rossby-Welle führen.

Aufgrund ihrer offensichtlich starken Ausprägung bildet diese Situation ohne mesoskalige Variabilität die Grundlage zu einem weiteren Experiment im Kanaren-Becken über die Instabilität nichtzonaler Stromarme. Die detaillierte Form der idealisierten horizontalen Stromfunktion ist Anhang A6 zu entnehmen.

Beispiele für die Betrachtung der Instabilität großskaliger Wellenstrukturen finden sich (unter einer etwas anderen Fragestellung für die Atmosphäre) bei FREDERIKSEN (1978) sowie bei GROTJAHN (1985a,b). Danach sind erhebliche Änderungen der Anwachsrate sowie der instabilen Skalen in Abhängigkeit von der Position relativ zum langwelligen Grundzustand anzutreffen.

Abb. 5-24 zeigt die zeitliche Entwicklung der externen Stromfunktion für die 50 Tage der Integration. Man erkennt ein sofort einsetzendes Abstrahlen barotroper Rossby-Wellen-Energie ('radiating instability', siehe TALLEY, 1983) an den nichtzonalen Armen des Mäanders und den nachfolgenden Zerfall des Grundzustandes in Wellen der Wellenzahl 3 (etwa 213 km). Dennoch ist es möglich, anhand der Anordnung der Wirbel den zugrundeliegenden großskaligen Mäander zu identifizieren. Dieser verlagert sich mit etwa 2 cm/s nach Osten, ist also trotz seiner großen zonalen Wellenlänge nicht retrograd. Dieses Ergebnis paßt gut in das Konzept vertikaler Schermoden, die bei einer vergleichbaren Schichtung auf diesen Skalen ebenfalls nur eine geringe Phasenausbreitung besitzen. Im Gegensatz zu IKEDA's (1981a) Ergebnissen findet kein Anwachsen der meridionalen Mäanderamplitude statt.

Der Zerfall des Mäanders in Einzelwirbel bedeutet eine Anregung von Oberschwingungen, die durch die Periodizität entscheidend geprägt ist. Die am Beispiel der kinetischen Energie in 442 m Tiefe in Abb. 5-25a dargestellte zeitliche Entwicklung der spektralen Verteilung zeigt dementsprechend nach 20 Tagen ohne nennenswerte Änderungen ein bevorzugtes Anwachsen der ungeraden Partialwellen. Innerhalb von 10 Tagen übernimmt dann die niedrigste Oberschwingung von 216 km Wellenlänge die prägende Rolle. Die vergleichsweise heftige Instabilität kommt im Verhältnis zwischen kinetischer und potentieller Energie an Tag 40 (Abb. 5-25b) zum Ausdruck.

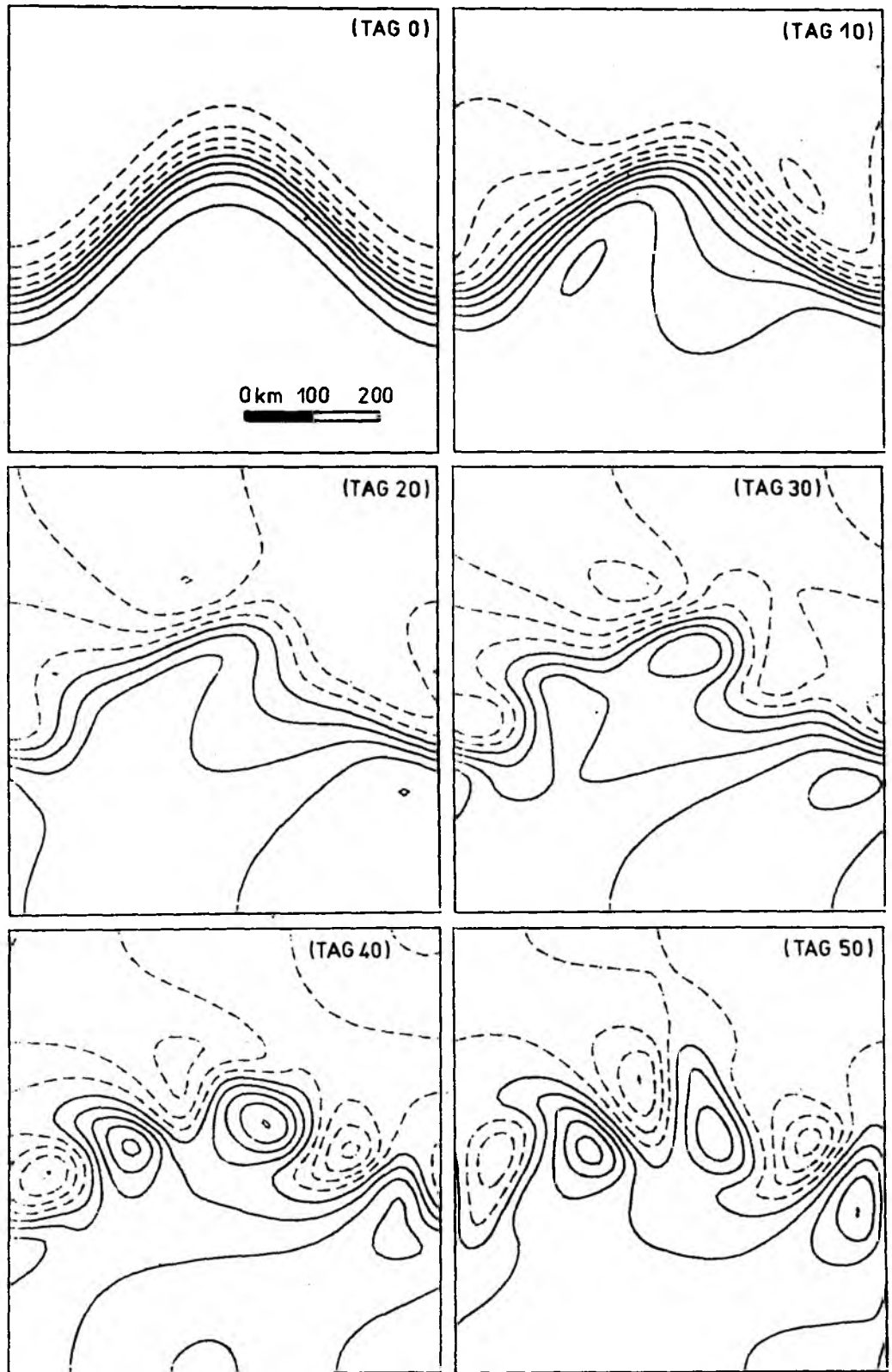


Abb. 5-24 Zeitliche Entwicklung der externen Stromfunktion für den großskaligen Mäander.

Isolinienabstand: 200,200,300,300,400,700 m^2/s .

Die Zeitverzögerung bis zum Einsetzen der baroklinen Instabilität resultiert daraus, daß im Gegensatz zu den bisher untersuchten Instabilitäten zonaler Strömungen der Anfangszustand nur in sehr geringem Maße Energie auf den Skalen maximaler Schermoden-Instabilität (50 – 80 km) besitzt. Die nichtlineare Energiekaskade zu größeren Skalen hin setzt jedoch erst bei 'merklichen' Strömungsamplituden ein: liegt ein nichtlineares Regime vor, läuft die weitere Entwicklung relativ zügig ab.

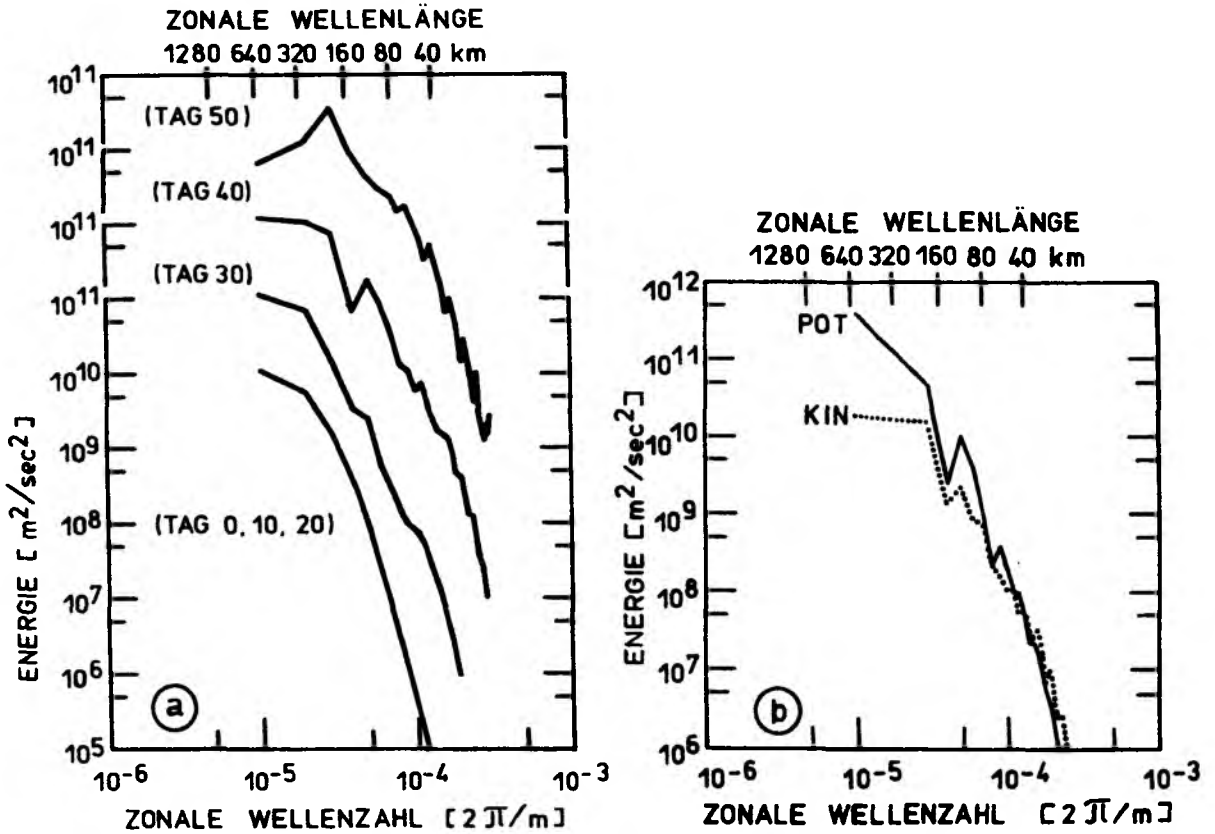


Abb. 5-25 (a) Zeitliche Entwicklung des zonalen Spektrums der kinetischen Energie in Schicht 4 (442 m) in doppeltlogarithmischer Darstellung. Offset zwischen den Kurven: jeweils eine Dekade. (b) Vergleich zwischen der kinetischen und potentiellen Energie während der Instabilität am Tag 40.

Das Dichtefeld zeigt während der Abstrahlung der externen Rossby-Wellen 20 Tage lang kaum Änderungen. Dann bilden sich innerhalb eines Monats intensive Fronten. Deutlicher sind die entstehenden mesoskaligen Fronten jedoch im Feld der quasigeostrophischen potentiellen Vorticity (QGPV) zu sehen (Abb. 5-26).

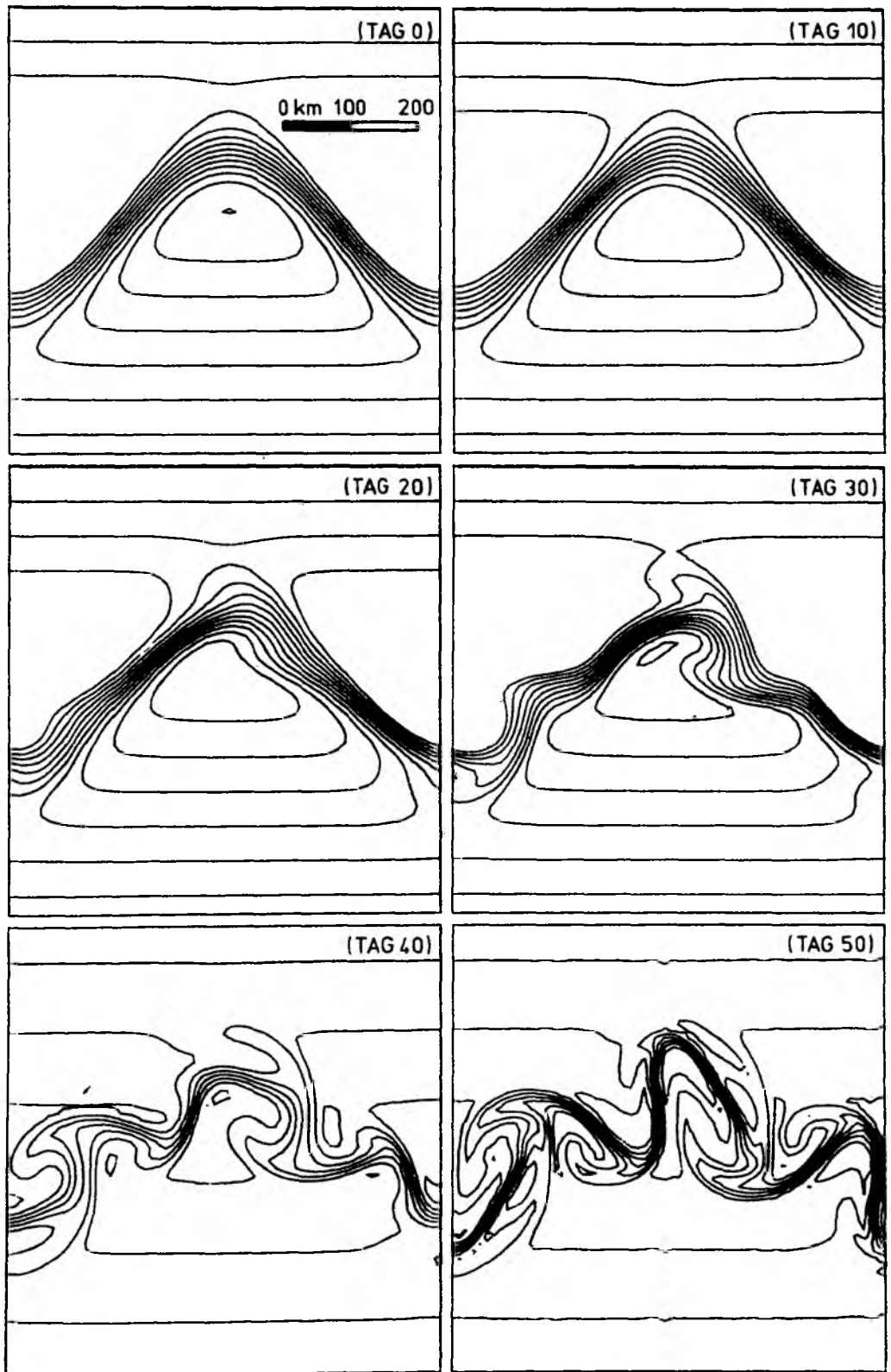


Abb. 5-26 Zeitliche Entwicklung der quasigeostrophischen potentiellen Vorticity zwischen Schicht 4 und 5 (529 m) für den großskaligen Mäander. Isolinienabstand: 10^{-5} ; ab Tag 40: $2 \cdot 10^{-5}$.

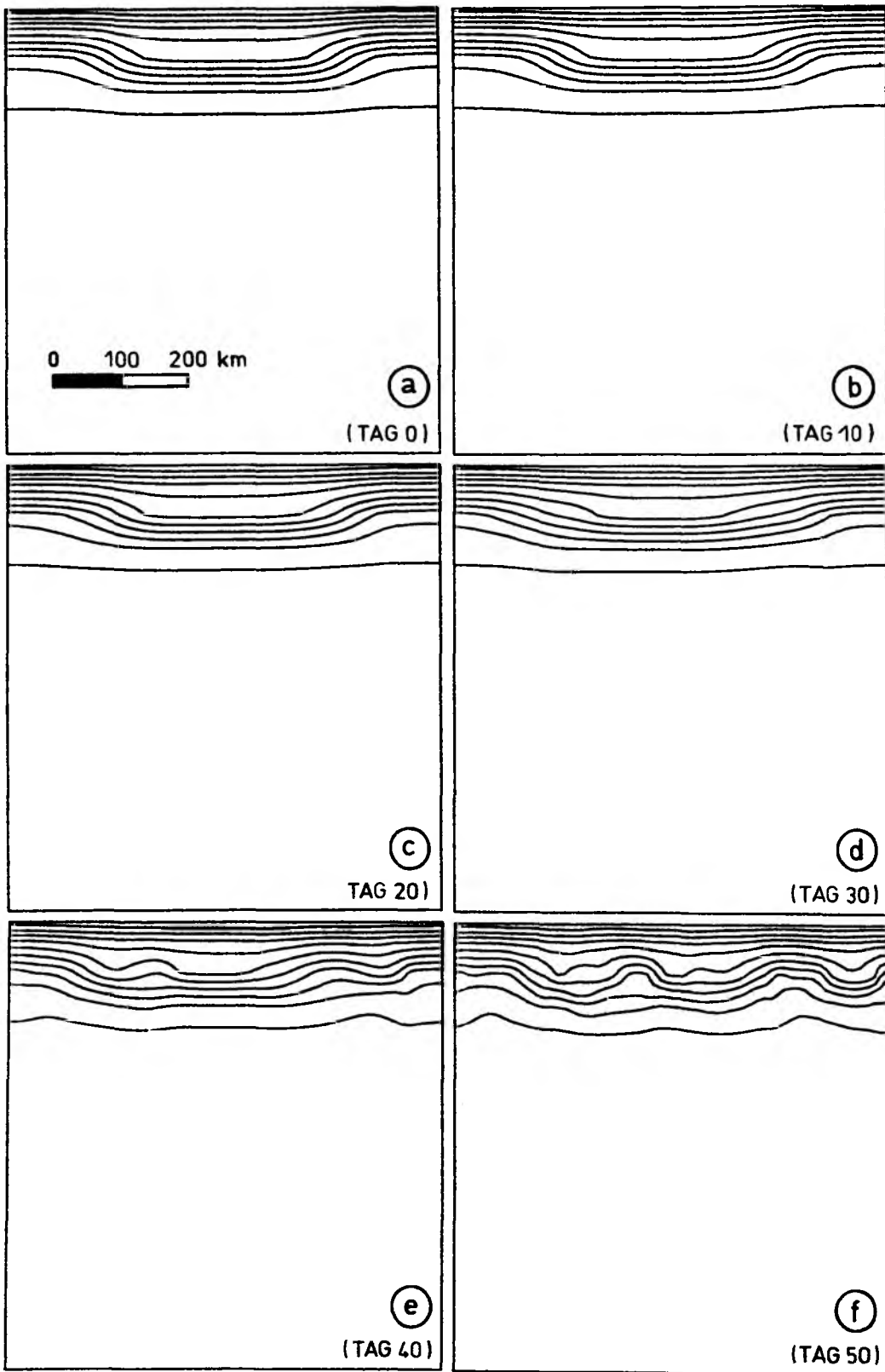


Abb. 5-27 Zeitliche Entwicklung der Dichte entlang eines Zonalschnitts durch die Mitte des Modellgebietes. Isolinienabstand: 10^{-4} .

Anhand eines zonalen Vertikalschnitts der Dichteverteilung durch das Zentrum des Gebietes (Abb. 5-27) wird die Advektion des großskaligen Feldes nach Osten deutlich. Im Dichtefeld entwickelt sich nach 40 Tagen eine Variabilität auf kleineren Skalen, die scheinbar relativ zum Mäander ostwärts wandert, jedoch lediglich auf die Bildung der Wellen (also meridionale Dichteadvektion) zurückzuführen ist.

Die weitere Integration führt zu einer fortschreitenden Barotropisierung ohne eine meridionale Ausweitung der Mäanderamplitude und unter weiterhin symmetrischen Verhältnissen.

Eine Reihe zusätzlicher Rechnungen mit verändertem Gitterabstand (und einer damit veränderten Mäanderskala) bestätigt die Vorstellung, daß der Zerfall des langwelligen Grundzustands stets zu einer Skala von annähernd L_β führt, der Grenzwellenlänge zum Rossby-Wellen-Regime.

Für die typischen Verhältnisse im Kanaren-Becken mit einer Oberflächengeschwindigkeit von etwa 25 - 30 cm/s deckt sich diese Skala mit der beobachteten Horizontalskala der Variabilität.

6. SCHLUSSBETRACHTUNG

6.1 Ergebnisse der Modellrechnungen

Mit Hilfe eines lokalen quasigeostrophischen Modells wurden mesoskalige Instabilitätsprozesse an ostwärtigen Strömungen im offenen Ozean untersucht. Dabei stand insbesondere der Einfluß der Vertikalstruktur auf das Verhalten von Jets in Frontalzonen, die Mäanderbildung und Wirbelablösung sowie die Wellenausbreitung in Regionen mit Stromscherungen im Mittelpunkt. Die Ergebnisse zeigen:

- Die Kombination aus typischen Dichteschichtungen und Strömungsprofilen des Nordostatlantiks ermöglicht die Existenz instabiler vertikaler Schermoden für einen weiten Bereich mesoskaliger Wellen. Die minimale Anwachszeitskala von etwa 8 - 10 Tagen tritt bei etwa 50 - 80 km auf.
- Anhand ihrer Vertikalstruktur lassen sich instabile Schermoden in zwei Klassen einteilen: oberflächen-intensivierte und tiefsee-intensivierte Moden. Ein internes Stabilitätsminimum der Dichteschichtung modifiziert für sehr kurze Wellen (Größenordnung Rossby-Radius) die Oberflächen-Mode zu einer vollständig internen, sprungschicht-intensivierten Mode. Generell bestimmen die Oberflächen-Moden aufgrund ihrer großen Anwachsrate die Struktur der Instabilität.
- Die dominant instabile Jetmode besitzt eine Meridionalstruktur, die mit dem Strömungsprofil nahezu übereinstimmt und zeugt damit von der geringen Bedeutung barotroper Instabilität.
- Im nichtlinearen Regime führen barokline Instabilitätsprozesse eines Zonaljets zur Mäanderbildung mit zonalen Wellenlängen von typischerweise 160 - 200 km und meridionalen Amplituden von etwa 200 km. Diese Skalen stimmen gut mit Beobachtungen überein.
- Die Abschnürung von Wirbeln bedarf einer Richtungsumkehr des Strömungsprofils in mittleren Tiefen sowie einer starken lokalen Frontverschärfung, so daß barotrope Instabilität wirksam werden kann. Typische Wirbeldurchmesser liegen bei 100 - 120 km. Die Rotationsgeschwindigkeiten können mit 40 cm/s die Geschwindigkeit des Frontaljets um das Doppelte übersteigen.

- Das Strömungsprofil erweist sich für die Instabilitätsvorgänge als der bestimmende Faktor: relativ flache ostwärtige Strömungen entwickeln ausgeprägte Instabilitäten. Die Vertiefung des Stromprofils aufgrund des nichtlinearen Transfers führt zu einer Stabilisierung der Frontalzone. Die Erfassung der vertikalen Struktur ist eine wesentliche Voraussetzung für eine realistische Simulation mesoskaliger Dynamik.
- Die Instabilität einer Frontalzone bleibt innerhalb mehrerer Monate beschränkt auf einen etwa 500 km breiten Streifen um die mittlere Jetachse. Lediglich die Energie barotroper Rossby-Wellen kann das Erzeugungsgebiet nordwest- und südwestwärts verlassen. Der mit der baroklinen Instabilität verbundene polwärtige Wärmefluß scheint ebenfalls nur lokal von Bedeutung zu sein.
- Die Abbildung interner (quasigeostrophischer) Bewegungs- und Instabilitätsvorgänge auf die Oberflächenschicht durch Advektion zeigt eine typische Fronten- und Mäanderbildung, wie sie auch in Satelliteninfrarotaufnahmen der Temperatur gefunden werden.
- Experimente mit Driftkörpern zeigen eine deutliche Anisotropie in den Bahnen im Frontalgebiet mit teilweise langen Verweilzeiten einzelner Drifter in geschlossenen Wirbeln.
- Der Impulsfluß in der Frontalzone ist während des gesamten Instabilitätsvorganges konvergent auf die mittlere Jetachse gerichtet, so daß sich die frontogenetischen Prozesse über Zeiträume von Monaten hinweg mit den Ausgleichsprozessen (barokline Instabilität und Mäanderbildung) balancieren können und die Frontalzone zu einem dauerhaften Phänomen wird.

6.2 Ausblick

Das hier entwickelte und anhand von exemplarischen Simulationen lokaler mesoskaliger Dynamik vorgestellte Modell ermöglicht die vierdimensionale Analyse und Prognose von Druck- und Dichteverteilungen im offenen Ozean. Im Bewußtsein der Beschränkungen durch die quasigeostrophische Approximation kann es in vielfältiger Weise eingesetzt werden.

Aus den ersten Ergebnissen wird der Bedarf an hochauflösenden Strömungsmessungen in der gesamten Wassersäule sowie der wiederholten Vermessung einzelner Gebiete innerhalb weniger Wochen deutlich. Dadurch könnte eine engere Verknüpfung der Modellrechnungen mit den Prozessen im Ozean erfolgen.

Bei der Untersuchung ozeanischer Dynamik stößt die quasigeostrophische Approximation in einigen (kritischen) Punkten an die Grenzen ihrer Gültigkeit. Die Berücksichtigung weiterer Prozesse im Rahmen dieser Theorie gestaltet sich oft als recht problematisch. Eine vielversprechende Erweiterung der Quasigeostrophie stellt allerdings das erwähnte 'Balance-Gleichungs-System' dar, dessen rechnerischer Aufwand zwar etwas größer, im Hinblick auf die zusätzlichen physikalischen Prozesse jedoch gerechtfertigt ist. Darüber hinausgehende Vorgänge (insbesondere Effekte der durchmischten Deckschicht sowie der Thermodynamik) legen eine isopyknische Formulierung in einem 'primitive equations'-Modell nahe.

ANHANG

A1: Lineares System zur Berechnung der Vertikalgeschwindigkeit (3.18)

$$(\nabla^2 + (f_0/N)^2 \partial^2/\partial z^2) \hat{w} =$$

$$f_0/(N^2)(B\hat{\Psi}_{xz} + J(\Psi_0+\hat{\Psi}, \nabla^2\hat{\Psi})_z - \nabla^2 J(\Psi_0+\hat{\Psi}, \Psi_0)_z + \hat{\Psi}_z) - \nabla \times \hat{R}_z = RS$$

im M-Level-Spektral-Modell (w-Eigenfunktionen : $\underline{A} \underline{w} = \underline{B}$)

$$A_{m,m-1} = (-2(f_0/N_1)^2/H_1/h_1, \dots, -2(f_0/N_m)^2/H_m/h_m, \dots, 0)$$

$$A_{m,m} = (1, \dots, k^2+1^2+2(f_0/N_m)^2/h_m/h_{m+1}), \dots, 1)$$

$$A_{m,m+1} = (0, \dots, -2(f_0/N_m)^2/H_m/h_{m+1}, \dots, -2(f_0/N_M)^2/H_M/h_{M+1})$$

$$\underline{w} = (w_E, w_1, \dots, w_m, \dots, w_{M-1}, w_B)$$

$$B_{m,m} = (\nabla \times \underline{r}, \dots, RS_m, \dots, J(\Psi_M, \eta))$$

A2: Eigenwertproblem des linearisierten Systems

Mit der Bezeichnung $r_m = 2(f_0/N_m)^2/H_m$ lauten die von Null verschiedenen Koeffizienten des allgemeinen diskreten Eigenwertproblems für M Level der Form $\omega \underline{A} \underline{e} = \underline{B} \underline{e}$ mit den vertikalen Randbedingungen $\Psi_z = 0$ für $z = 0, -H$

a) Vertikale Moden (Ψ -Eigenfunktionen)

$$A_{m,m+1} = (r_1/h_1, \dots, r_m/h_m, \dots, 0)$$

$$A_{m,m} = (-r_1/h_1, \dots, -r_{m-1}/h_m - r_m/h_m, \dots, -r_{M-1}/h_M)$$

$$A_{m,m-1} = (0, \dots, r_{m-1}/h_m, \dots, r_{M-1}/h_M)$$

$$B_{m,m} = (1, \dots, 1, \dots, 1)$$

b) Vertikale Schermoden

$$A_{m,m+1} = (-r_1/h_1, \dots, -r_m/h_m, \dots, 0)$$

$$A_{m,m} = (k^2+r_1/h_1, \dots, k^2+r_m/h_m+r_{m-1}/h_m, \dots, k^2+r_{M-1}/h_M)$$

$$A_{m,m-1} = (0, \dots, -r_{m-1}/h_m, \dots, -r_{M-1}/h_M)$$

$$B_{m,m+1} = (-u_1 k r_1/h_1, \dots, -u_m k r_m/h_m, \dots, 0)$$

$$B_{m,m} = (u_1 k^3 - \beta k + u_2 k r_1/h_1, \dots, u_m k^3 - \beta k + u_{m-1} k r_{m-1}/h_m + u_{m+1} k r_m/h_m, \dots, u_M k^3 - \beta k + u_{M-1} k r_{M-1}/h_M)$$

$$B_{m,m-1} = (0, \dots, -u_m k r_{m-1}/h_m, \dots, -u_M k r_{M-1}/h_M)$$

- c) Vertikale und meridionale Jetmoden für einen gaussischen Jet im 9-Level-Modell für 64 Punkte in meridionaler Richtung mit Periodizität in meridionaler Richtung

$$r_m = 2(f_0 \Delta y / N_m)^2 / h_m / H_m$$

$$r_{m-1} = 2(f_0 \Delta y / N_{m-1})^2 / h_m / H_{m-1}$$

$$s_j = -(\mu_y (j - j_0) \Delta y)^2$$

$$A_{j+63(m-1), j+63m} = r_m$$

$$A_{j+63(m-1), j+63(m-1)+1} = 1$$

$$A_{63m, 63m+1} = 1$$

$$A_{j+63(m-1), j+63(m-1)} = -2 - (\Delta y k)^2 - r_m - r_{m-1}$$

$$A_{63(m-1)+1, 63(m-1)} = 1$$

$$A_{j+63(m-1), j+63(m-1)-1} = 1$$

$$A_{j+63(m-1), j+63(m-2)} = r_{m-1}$$

$$B_{j+63(m-1), j+63m} = r_m u_m^k \exp(s_j)$$

$$B_{j+63(m-1), j+63(m-1)+1} = u_m^k \exp(s_j)$$

$$B_{63m, 63m+1} = u_m^k \exp(s_{63})$$

$$\begin{aligned} B_{j+63(m-1), j+63(m-1)} = & -2u_m^k \exp(s_j) + (\Delta y k^2) u_m^k \exp(s_j) \\ & + \beta k \Delta y^2 + (\Delta y \mu_y)^2 (1 + s_j) u_m^k \exp(s_j) \\ & - r_{m-1} u_{m-1}^k \exp(s_j) - r_m u_{m+1}^k \exp(s_j) \end{aligned}$$

$$B_{63(m-1)+1, 63(m-1)} = u_m^k \exp(s_1)$$

$$B_{j+63(m-1), j+63(m-1)-1} = u_m^k \exp(s_j)$$

$$B_{j+63(m-1), j+63(m-2)} = r_{m-1} u_m^k \exp(s_j)$$

A3: Idealisierte Dichteschichtung (normiert mit Boussinesq- ρ^*)

$$\rho_r(z) = 1 - \Delta\rho_1 \tanh(v_1 z) - \Delta\rho_2 \exp(-(v_2(z-z_0))^2)$$

$$N^2(z) = g\rho_{rZ}(z)$$

$$= g(\Delta\rho_1 v_1 (\tanh^2(v_1 z) - 1) - 2\Delta\rho_2 v_2^2 (z-z_0) \exp(-(v_2 z)^2))$$

Profil 1

$$\Delta\rho_1 = 1.250 \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta\rho_2 = 0.0$$

$$v_1 = 1/(600 \text{ m})$$

Profil 2

$$\Delta\rho_1 = 1.250 \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta\rho_2 = 0.625 \cdot 10^{-3}$$

$$v_1 = 1/(600 \text{ m})$$

$$v_2 = 1/(600 \text{ m})$$

$$z_0 = -600 \text{ m}$$

A4: Idealisierter gaussischer Zonaljet

$$u_0(y, z) = (u_{01} \exp(-\mu_z z) + u_{02} \exp(-(\mu_z z)^2)) \cdot \exp(-(\mu_y(y-y_0))^2)$$

$$\Psi_0(y, z) = -(\Psi_{01} \exp(-\mu_z z) + \Psi_{02} \exp(-(\mu_z z)^2)) \cdot \text{erf}(\mu_y(y-y_0))$$

$$\mu_z = 1/(600 \text{ m});$$

$$\mu_y = 1/(50 \text{ km})$$

y_0 Mitte des betrachteten Gebietes

Profil 1

$$u_{01} = 0.2 \text{ m/s}$$

$$u_{02} = 0.0$$

$$\Psi_{01} = 1.0 \cdot 10^4 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\Psi_{02} = 0.0$$

Profil 2

$$u_{01} = 0.0$$

$$u_{02} = 0.2 \text{ m/s}$$

$$\Psi_{01} = 0.0$$

$$\Psi_{02} = 1.0 \cdot 10^4 \text{ m}^2/\text{s}$$

A5: Horizontalstruktur der isolierten Trog/Rücken-Störung im Zonaljet

$$\Psi(x, y, z) = -\Psi_0(z) \text{erf}(\mu_{yj}(y-y_0) + (\mu_{yj}\mu_{xs}/\mu_{ys}) \sqrt{2} \exp(-\mu_{xs}(x-x_0))^2))$$

$$\text{Querskala des Jets } \mu_{yj} = 1/(50 \text{ km})$$

$$\text{Zonalskala der Störung } \mu_{xs} = 1/(50 \text{ km})$$

$$\text{Meridionalskala der Störung } \mu_{ys} = 1/(25 \text{ km})$$

x_0 Mitte des betrachteten Gebietes

y_0 Mitte des betrachteten Gebietes

A6: Horizontalstruktur des großskaligen Frontal-Mäanders

$$\Psi(x, y, z) = -\Psi_0(z) \text{erf}(\mu_{yj}(y-y_0) + (\mu_{xj}/\mu_{ys}) \cos(2\pi\mu_{xB}(x-x_0)))$$

$$\text{Querskala des Jets } \mu_{yj} = 1/(50 \text{ km})$$

$$\text{Zonalskala der Störung } \mu_{xs} = 1/L_B = 1/(640 \text{ km})$$

$$\text{Meridionalskala der Störung } \mu_{ys} = 1/(150 \text{ km})$$

x_0 Mitte des betrachteten Gebietes

y_0 Mitte des betrachteten Gebietes

**A7: Vertikaldiskretisierung 9-Level-Modell (IDEALISIERTES PROFIL 2)
Eigenfunktionsdiskretisierung (konventionelle Diskretisierung)**

Level	Schichtdicke (m)	Stabilitätsfrequenz (0.001 1/s)	Stromfunktion (m ² /s)
1	65 (100)	4.34 (4.07)	9435 (9288)
2	119 (200)	3.56 (2.90)	9066 (8469)
3	173 (200)	2.37 (3.11)	7722 (5997)
4	180 (200)	2.99 (3.18)	5442 (3441)
5	175 (200)	2.49 (2.65)	3208 (1581)
6	227 (200)	1.79 (1.88)	1429 (582)
7	335 (300)	1.03 (1.20)	298 (238)
8	1034 (500)	0.21 (0.35)	1 (12)
9	1672 (2500)		0 (0)

Gesamttransport: 10 SV

Vertikaler Mode	Rossby-Radius (km)	Modezerlegung $\Psi(z)$ (%)
0	2000.0 (2000.0)	11.8 (10.2)
1	19.6 (21.2)	66.5 (56.5)
2	9.7 (9.7)	13.9 (7.8)
3	5.9 (8.4)	0.9 (6.7)
4	4.4 (5.8)	0.4 (9.2)
5	3.5 (4.6)	2.4 (1.7)
6	3.2 (4.0)	2.0 (2.3)
7	2.9 (3.5)	2.1 (3.9)
8	2.3 (3.2)	0.1 (1.7)

A8: Vergleichsrechnung Vertikalauflösung (IDEALISIERTES PROFIL 2)

Schichtdicken (m):

Level	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4000	734	296	177	127	99	84	73	65
		3266	1136	452	324	247	182	144	119
			2568	1030	383	288	244	205	173
				2341	1020	358	238	196	180
					2146	1017	355	230	175
						1990	1019	353	227
							1878	1025	355
								1774	1034
									1672

Stabilitätsfrequenzen (0.001 1/s):

Level	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	-	2.42	4.21	3.64	4.05	4.21	4.27	4.31	4.34
			0.82	2.77	2.87	2.34	2.64	3.19	3.56
				0.59	2.10	2.75	3.00	2.73	2.37
					0.42	1.65	2.37	2.81	2.99
						0.33	1.39	2.05	2.49
							0.28	1.19	1.79
								0.24	1.03
									0.21

Modell-Rossby-Radien (km):

Level	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	∞	32.5	25.4	22.5	21.0	20.1	20.2	19.8	19.6
			10.4	8.7	9.0	8.1	8.4	8.4	8.3
				7.4	6.5	6.2	5.8	5.9	5.9
					5.2	4.6	4.7	4.4	4.4
						4.0	3.8	3.8	3.5
							3.3	3.4	3.2
								2.8	2.9
									2.3

Stromfunktionsamplituden (m^2/s) (STRÖMUNGSPROFIL 2):

Level	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1250	6812	11175	10023	9676	9552	9494	9474	9435
		0	1484	6521	7758	8379	8759	8970	9066
			0	270	3111	4925	6278	7163	7722
				0	65	1530	3177	4490	5442
					0	18	883	2140	3208
						0	7	516	1429
							0	3	298
								0	1
									0

Gesamttransport jeweils 10 Sverdrup.

A9: Vertikaldiskretisierung 9-Level-Modell (KANAREN-BECKEN)

$$\phi_0 = 34^\circ \text{ N, } f_0 = 0.8153 \cdot 10^{-4} \text{ 1/s, } \beta = 1.9 \cdot 10^{-11} \text{ 1/(ms)}$$

Level	Schichtdicke (m)	Stabilitätsfrequenz (0.001 1/s)	Stromfunktion (m ² /s)
1	54		9500
		5.30	
2	161		9289
		3.30	
3	139		8429
		3.17	
4	175		6647
		2.91	
5	164		2305
		3.11	
6	154		70
		2.31	
7	296		-710
		1.11	
8	668		-667
		0.38	
9	2589		-30

Gesamttransport: 8 SV

Vertikaler Mode	Rossby-Radius (km)	Modezerlegung $\Psi(z)$ (%)
0	2548.3	7.5
1	21.1	62.5
2	8.4	17.5
3	5.8	12.5
4	4.6	0.0
5	4.0	0.0
6	3.5	0.0
7	3.2	0.0
8	3.1	0.0

LITERATURVERZEICHNIS

- Arakawa, A., 1966: Computational Design for Long-Term Numerical Integration of the Equations of Motion: Two-Dimensional Incompressible Flow, Part I. JCP, 1, 119-143
- Baines, P.G. & J.S. Frederiksen, 1978: Baroclinic instability on a sphere in two-layer models. QJRMS, 104, 45-68
- Bengtsson, L. & C. Temperton, 1979: Difference Approximations to Quasi-Geostrophic Models. In: Numerical Methods Used in Atmospheric Models. GARP Publication Series No.17, 2, 338-378
- Blumen, W., 1980: A Comparison between the Hoskins-Bretherton Model of Frontogenesis and the Analysis of an Intense Surface Frontal Zone. JAS, 37, 64-77
- Böning, C.W., 1985: Eine Untersuchung der Dynamik der windgetriebenen ozeanischen Zirkulation mit einem wirbelaflösenden barotropen Modell. Dissertation Universität Kiel. BIfM, Nr. 137
- Bretherton, F.P., 1966a: Critical layer instability in baroclinic flows. QJRMS, 92, 325-334
- Bretherton, F.P., 1966b: Baroclinic instability and the short wavelength cut-off in terms of potential vorticity. QJRMS, 92, 335-345
- Bretherton, F.P. & D.B. Haidvogel, 1976: Two-dimensional turbulence above topography. JFM, 78, 129-154
- Charney, J.G., 1947: The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current. Journ. Met., 4, 135-163
- Charney, J.G. & G.R., Flierl, 1981: Oceanic Analogues of Large-Scale Atmospheric Motions. In: Warren, B.A. & C. Wunsch (Eds.): Evolution of Physical Oceanography. MIT-Press, Cambridge, Mass.
- Charney, J.G. & M.E. Stern, 1962: On the Stability of Internal Baroclinic Jets in a Rotating Atmosphere. JAS, 19, 159-172
- Dickinson, R.E., 1970: Development of a Rossby Wave Critical Level. JAS, 27, 627-633
- Dickinson, R.E. & F. Clare, 1973: Numerical Study of the Unstable Modes of a Hyperbolic-Tangent Barotropic Shear Flow. JAS, 30, 1035-1049
- Eady, E.T., 1949: Long waves and cyclone waves. Tellus, 1, 33-52
- Etling, D., 1985: Some Aspects of Helicity in Atmospheric Flows. BPA, 58, 88-100
- Emery, W.J., 1983: On the Geographical Variability of the Upper Level Mean and Eddy Fields in the North Atlantic and North Pacific. JPO, 13, 269-291
- Emery, W.J., W.G. Lee & L. Magaard, 1984: Geographic and Seasonal Distributions of Brunt-Väisälä-Frequency and Rossby Radii in the North Pacific and North Atlantic. JPO, 14, 294-317
- Flierl, G.R., 1978: Models of vertical structure and the calibration of two-layer models. DAO, 2, 341-381
- Flierl, G.R., V.D. Larichev, J.C. McWilliams & G.M. Reznik, 1980: The Dynamics of Baroclinic and Barotropic Solitary Eddies. DAO, 5, 1-41
- Flierl, G.R. & A.R. Robinson, 1984: On the Time-Dependent Meandering of a Thin Jet. JPO, 14, 412-423
- Frankignoul, C. & P. Müller, 1979: Quasi-Geostrophic Response of an Infinite Beta-Plane Ocean to Atmospheric Forcing. JPO, 9, 104-127
- Frederiksen, J.S., 1978: Instability of planetary waves and zonal flows in two-layer models on a sphere. QJRMS, 104, 841-872
- Fuglister, F.C. & L.V. Worthington, 1951: Some results of a multiple ship survey of the Gulf Stream. Tellus, 3, 1-14
- Garbow, B.S., J.M. Boyle, J.J. Dongarra & C.B. Moler, 1977: Matrix Eigensystem Routines - EISPACK Guide Extension. Lecture Notes in Computer Science 51. Springer, Berlin
- Garrett, C.J.R & W.H. Munk, 1972: Space-Time Scales of Internal Waves. GFD, 3, 225-264

- Gent, P.R. & J.C. McWilliams, 1986: The Instability of Barotropic Circular Vortices. *GAFD*, 35, 209-233
- Gill, A.E., 1974: The Stability of Planetary Waves on an Infinite Beta-plane. *GFD*, 5, 29-47
- Gill, A.E., 1982: *Atmosphere - Ocean Dynamics*. International Geophysics Series, 30. Academic Press, New York
- Gill, A.E., J.S.A. Green & A.J. Simmons, 1974: Energy partition in the large-scale ocean circulation and the production of mid-ocean eddies. *DSR*, 21, 499-528
- Gould, W.J., 1985: Physical Oceanography of the Azores Front. *Progr. Ocean.*, 14, 167-190
- Green, J.S., 1960: A problem in baroclinic stability. *QJRMS*, 86, 237-251
- Grotjahn, R., 1977: Some Consequences of Finite Differencing Revealed by Group Velocity Errors. *BPA*, 50, 231-238
- Grotjahn, R., 1984a: Baroclinic instability in a long wave environment. Part I: Review. *QJRMS*, 110, 663-668
- Grotjahn, R., 1984b: Baroclinic instability in a long wave environment. Part II: Ageostrophic energy conversions. *QJRMS*, 110, 669-693
- Haidvogel, D.B., 1977: Quasigeostrophic Regional and General Circulation Modelling: An Efficient Pseudospectral Approximation Technique. In: *Computing Methodes in Geophys. Mech.*, AMD, 25, 131-153
- Haidvogel, D.B. & W.R. Holland, 1978: The Stability of Ocean Currents in Eddy-Resolving General Circulation Models. *JPO*, 8, 393-413
- Haidvogel, D.B. & T. Keffer, 1984: Tracer Dispersal by Mid-Ocean Mesoscale Eddies. Part I. Ensemble Statistics. *DAO*, 8, 1-40
- Haidvogel, D.B. & P.B. Rhines, 1983: Waves and Circulation Driven By Oscillatory Winds in an Idealized Ocean Basin. *GAFD*, 25, 1-63
- Haidvogel, D.B., A.R. Robinson & E.E. Schulman, 1980: The Accuracy, the Efficiency, and Stability of Three Numerical Models with Application to Open Ocean Problems. *JCP*, 34, 1-53
- Haltiner, G.J. & R.T. Williams, 1980: *Numerical Prediction and Dynamic Meteorology*. Second Edition. John Wiley & Sons, New York
- Hardtke, P.G. & J. Meincke, 1984: Kinematical interpretation of infrared surface pattern in the North Atlantic. *Oceanolog. Acta*, 7, 373-378
- Harrison, D.E., 1982: On deep mean flow generation mechanisms and the abyssal circulation of numerical model gyres. *DAO*, 6, 135-152
- Harrison, D.E. & A.J. Semtner, 1986: On the Generation of Deep Mean Flows: Some Numerical Experiments. *JGR*, 91, 2569-2573
- Holland, W.R., 1978: The Role of Mesoscale Eddies in the General Circulation of the Ocean - Numerical Experiments Using a Wind-Driven Quasi-Geostrophic Model. *JPO*, 8, 363-392
- Holland, W.R. & D.B. Haidvogel, 1980: A Parameter Study of the Mixed Instability of Idealized Ocean Currents. *DAO*, 4, 185-215
- Holland, W.R., T. Keffer & P.B. Rhines, 1984: Dynamics of the oceanic general circulation: the potential vorticity field. *Nature*, 308, 698-705
- Holland, W.R. & L.B. Lin, 1975: On the Generation of Mesoscale Eddies and the Contribution to the Oceanic General Circulation. I. A Preliminary Numerical Experiment. *JPO*, 5, 642-657
- Holland, W.R. & P.B. Rhines, 1980: An Example of Eddy-Induced Ocean Circulation. *JPO*, 10, 1010-1031
- Holloway, G. & S.S. Kristmannsson, 1984: Stirring and transport of tracer fields by geostrophic turbulence. *JFM*, 141, 27-50
- Holloway, G., S.C. Riser & D. Ramsden, 1986: Tracer Anomaly Evolution in the Flow Field of an Isolated Eddy. *DAO*, 10, 165-184
- Holton, J.R., 1979: *An Introduction to Dynamic Meteorology*. Second Edition. International Geophys. Series, 23
- Hoskins, B.J., 1976: Baroclinic waves and frontogenesis. Part I: Introduction and Eady waves. *QJRMS*, 102, 103-122

- Hoskins, B.J. & F.P. Bretherton, 1972: Atmospheric Frontogenesis Models: Mathematical Formulation and Solution. JAS, 29, 11-37
- Hoskins, B.J., I. Draghici & H.C. Davies, 1978: A new look at the ω -equation. QJRMS, 104, 31-38
- Hoskins, B.J. & M.A. Pedder, 1980: The diagnosis of middle latitude synoptic development. QJRMS, 106, 707-719
- Hoskins, B.J. & W.A. Heckley, 1981: Cold and warm fronts in baroclinic waves. QJRMS, 107, 79-90
- Hoskins, B.J. & N.V. West, 1979: Baroclinic Waves and Frontogenesis. Part II: Uniform Potential Vorticity Jet Flows - Cold and Warm Fronts. JAS, 36, 1663-1680
- Hua, B.L., 1986: Periodic Quasi-Geostrophic Models. In: J.O'Brien(Ed.): Advanced Physical Oceanographic Numerical Modelling, 233-254
- Huppert, H.E. & K. Bryan, 1976: Topographically generated eddies. DSR, 23, 655-679
- Ikeda, M., 1981a: Meanders and Detached Eddies of a Strong Eastward-Flowing Jet Using a Two-Layer Quasi-Geostrophic Model. JPO, 11, 526-540
- Ikeda, M., 1981b: Instability and Splitting of Mesoscale Rings using a Two-Layer Quasi-geostrophic Model on an f-Plane. JPO, 11, 987-998
- Ikeda, M. & J.R. Apel, 1981: Mesoscale Eddies Detached from Spatially Growing Meanders in an Eastward-Flowing Oceanic Jet Using a Two-Layer Quasi-Geostrophic Model. JPO, 11, 1638-1661
- Käse, R.H. & J. Rathlev, 1982: CTD-Data from the North Canary Basin. Poseidon Cruise 86/2, 26 March - 13 April 1982. BIfM, Nr. 103
- Käse, R.H., J.F. Price, P.L. Richardson & W. Zenk, 1986: A Quasi-Synoptic Survey of the Thermohaline Circulation and Water Mass Distribution Within the Canary Basin. JGR, 91, 9739-9748
- Käse, R.H., W. Zenk, T.B. Sanford & W. Hiller, 1985: Currents, Fronts and Eddy Fluxes in the Canary Basin. Progr. Ocean., 14, 231-257
- Kielmann, J. & R.H. Käse, 1987: Numerical Modeling of Meander and Eddy Formation in the Azores Current Frontal Zone. JPO, 17, 529-541
- Killworth, P.D., 1980: Barotropic and baroclinic instability in rotating stratified fluids. DAO, 4, 143-184
- Killworth, P.D., 1986: On the Propagation of Isolated Multilayer and Continuously Stratified Eddies. JPO, 16, 709-716
- Krauss, W., 1986: The North Atlantic Current. JGR, 91, 5061-5074
- Krauss, W. & R.H. Käse, 1984: Mean Circulation and Eddy Kinetic Energy in the Eastern North Atlantic. JGR, 89, 3407-3415
- Krauss, W. & C. Wübbler, 1982: Response of the North Atlantic to annual wind variations along the eastern coast. DSR, 29, 851-868
- LeBlond, P.H. & L.A. Mysak, 1978: Waves in the Ocean. Elsevier Oceanography Series, 20. Elsevier, Amsterdam
- Lippert, A., 1986: Erzeugung niederfrequenter ozeanischer Variabilität durch fluktuierende Windfelder. Diss. Univ. Kiel. BIfM, Nr. 150
- Longuet-Higgins, M.S., 1964: Planetary waves on the rotating sphere. Proceedings of the Royal Society of London, Series A, 279, 446-473
- Lorenz, E.N., 1972: Barotropic Instability of Rossby Wave Motion. JAS, 29, 258-264
- Machenhauer, B., 1979: The Spectral Method. In: Numerical Methods Used in Atmos. Models. GARP Publication Series No.17, 2, 124-275
- Malvestuto, V., F. Mele & R. Purini, 1984: Linear baroclinic instability of a nonzonal flow with special regard to thermal internal forcing. DAO, 8, 41-58
- McWilliams, J.C., 1977: A note on a consistent quasigeostrophic model in a multiply connected domain. DAO, 1, 427-441
- McWilliams, J.C., 1980: An application of equivalent modons to atmospheric blocking. DAO, 5, 43-66

- McWilliams, J.C., 1985: Submesoscale, Coherent Vortices in the Ocean. *Rev. Geophys.*, 23, 165-182
- McWilliams, J.C. & G.R. Flierl, 1979: On the Evolution of Isolated, Nonlinear Vortices. *JPO*, 9, 1155-1182
- McWilliams, J.C., G.R. Flierl, V.D. Larichev & G.M. Reznik, 1981: Numerical studies of barotropic modons. *DAO*, 5, 219-238
- McWilliams, J.C. & P.R. Gent, 1986: The Evolution of Sub-Mesoscale, Coherent Vortices on the Beta-Plane. *GAFD*, 35, 235-255
- McWilliams, J.C., P.R. Gent & N.J. Norton, 1986: The Evolution of Balanced, Low-Mode Vortices on the Beta-Plane. *JPO*, 16, 838-855
- Merilees, P.E. & S.A. Orszag, 1979: The Pseudospectral Method. In: *Numerical Methods Used in Atmospheric Models*. GARP Publication Series No.17, 2, 278-301
- Mied, R.P. & G.J. Lindemann, 1979: The Propagation and Evolution of Cyclonic Gulf Stream Rings. *JPO*, 9, 1183-1206
- Miller, R.N., A.R. Robinson & D.B. Haidvogel, 1983: A Baroclinic Quasi-geostrophic Open Ocean Model. *JCP*, 50, 38-70
- MODE Group, 1978: The Mid-Ocean Dynamics Experiment. *DSR*, 25, 859-910
- Mudrick, S., 1974: A Numerical Study of Frontogenesis. *JAS*, 31, 869-892
- Neumann, G., 1956: Zum Problem der dynamischen Bezugsfläche insbesondere im Golfstrombereich. *DHZ*, 9, 66-78
- Norton, N.J., J.C. McWilliams & P.R. Gent, 1986: A Numerical Model of the Balance Equations in a Periodic Domain and an Example of Balanced Turbulence. *JCP*, 67, 439-471
- Onken, R., 1986: Numerische Simulation der Erzeugung und Instabilität mesoskaliger Fronten. *Diss. Univ. Kiel. BIFM*, Nr. 156
- Orlanski, I., 1968: Instability of Frontal Waves. *JAS*, 25, 178-200
- Owens, W.B., 1979: Simulated Dynamic Balances for Mid-Ocean Mesoscale Eddies. *JPO*, 9, 337-359
- Owens, W.B. & F.P. Bretherton, 1978: A numerical study of mid-ocean mesoscale eddies. *DSR*, 25, 1-14
- Pedlosky, J., 1963: Baroclinic instability in two layer systems. *Tellus*, 15, 20-25
- Pedlosky, J., 1964: The Stability of Currents in the Atmosphere and the Ocean: Part I. *JAS*, 21, 201-219
- Pedlosky, J., 1975: On Secondary Baroclinic Instability and the Meridional Scale of Motion in the Ocean. *JPO*, 5, 603-607
- Pedlosky, J., 1979: *Geophysical Fluid Dynamics*. Springer, New York
- Pedlosky, J., 1984: The Equations for Geostrophic Motion in the Ocean. *JPO*, 14, 448-455
- Pollard, R.T. & S. Pu, 1985: Structure and Circulation of the Upper Atlantic Ocean Northeast of the Azores. *Progr. Ocean.*, 14, 443-462
- Reznik, G.M., 1976: Classification of Quasigeostrophic Motions of the First Kind. *Oceanology*, 16, 326-329
- Rhines, P.B., 1970: Edge-, Bottom-, and Rossby Waves in a Rotating Stratified Fluid. *GFM*, 1, 273-302
- Rhines, P.B., 1975: Waves and turbulence on a beta-plane. *JFM*, 69, 417-443
- Rhines, P.B., 1977: The Dynamics of Unsteady Currents. In: *The Sea*, 6, 189-318
- Rhines, P.B. & W.R. Young, 1982: Homogenization of potential vorticity in planetary gyres. *JFM*, 122, 347-367
- Robinson, A.R., 1983: *Eddies in Marine Science*. Springer Verlag, Berlin.
- Robinson, A.R. & D.B. Haidvogel, 1980: Dynamical Forecast Experiments with a Barotropic Open Ocean Model. *JPO*, 10, 1909-1928
- Robinson, A.R. & J.C. McWilliams, 1974: The Baroclinic Instability of the Open Ocean. *JPO*, 4, 281-294

- Robinson, A.R., J.R. Luyten & G. Flierl, 1975: On the Theory of Thin Rotating Jets: A Quasi-Geostrophic Time Dependent Model. GFD, 6, 211-244
- Røed, L.P. & C.K. Cooper, 1986: Open Boundary Conditions in numerical ocean models. In: J.J. O'Brien (Ed.): Advanced Physical Oceanographic Numerical Modelling, 411-436
- Schmitz Jr., W.J. & W.R. Holland, 1986: Observed and Modeled Mesoscale Variability Near the Gulf Stream and Kuroshio Extension. JGR, 91, 9624-9638
- Schopf, P.S., D.L.T. Anderson & R. Smith, 1981: Beta-dispersion of low-frequency Rossby waves. DAO, 5, 187-214
- Semtner Jr., A.J. & W.R. Holland, 1978: Intercomparison of Quasi-Geostrophic Simulations of the Western North Atlantic Circulation with Primitive Equation Results. JPO, 8, 735-754
- Semtner Jr., A.J. & Y. Mintz, 1977: Numerical Simulation of the Gulf Stream and Mid-Ocean Eddies. JPO, 7, 208-230
- Shapiro, M.A., 1981: Frontogenesis and Geostrophically Forced Secondary Circulations in the Vicinity of Jet Stream-Frontal Zone Systems. JAS, 38, 954-973
- Siedler, G., W. Zenk & W.J. Emery, 1985: Strong Current Events Related to a Subtropical Front in the Northeast Atlantic. JPO, 15, 885-897
- Simmons, A.J., 1974: The Meridional Scale of Baroclinic Waves. JAS, 31, 1515-1525
- Simmons, A.J. & B.J. Hoskins, 1976: Baroclinic Instability on the Sphere: Normal Modes of the Primitive and Quasi-Geostrophic Equations. JAS, 33, 1454-1477
- Smolarkiewicz, P.K., 1983: A Simple Positive Definite Advection Scheme with Small Implicit Diffusion. MWR, 111, 479-486
- Stern, M.E. & L.J. Pratt, 1985: Dynamics of vorticity fronts. JFM, 161, 513-532
- Talley, L.D., 1983: Radiating Instabilities of Thin Baroclinic Jets. JPO, 13, 2161-2181
- Viehoff, T., 1987: Bestimmung mesoskaliger Variabilitäten der Oberflächentemperatur und der Attenuation im Nordatlantik aus Satellitenmessungen. Diss. Univ. Kiel.
- Warren, B.A., 1981: Deep Circulation of the World Ocean. In: Warren, B.A. & C. Wunsch (Eds.): Evolution of Physical Oceanography. MIT-Press, Cambridge, Mass.
- Woods, J.D., 1985: The physics of thermocline ventilation. In: J.C. Nihoul (Ed.): Coupled Ocean Atmosphere Models. Elsevier, Amsterdam.
- Wübbert, C., 1986: Ein numerisches Modell zur Untersuchung barokliner Rossby-Wellen im Nordatlantik. Diss. Univ. Kiel, BfM, Nr. 159

Zeitschriftenabkürzungen:

BfM	Berichte aus dem Institut für Meereskunde Kiel
BPA	Beiträge zur Physik der Atmosphäre
DAO	Dynamics of Atmospheres and Oceans
DHZ	Deutsche Hydrographische Zeitschrift
DSR	Deep-Sea Research
G(A)FD	Geophysical (and Astrophysical) Fluid Dynamics
JAS	Journal of the Atmospheric Sciences
JCP	Journal of Computational Physics
JFM	Journal of Fluid Mechanics
JGR	Journal of Geophysical Research
JMR	Journal of Marine Research
JPO	Journal of Physical Oceanography
MWR	Monthly Weather Review
QJRM	Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society